

アングルプライ積層曲面板の二軸圧縮座屈後の挙動解析

菊地 正^{*1}・松井 尚之^{*2}・渡森 孝有^{*3}・粕谷 平和^{*4}

An Analysis of Postbuckling Behavior of Angle-Ply Laminated Curved Plates under Biaxial Compression

by

Tadashi KIKUCHI, Naoyuki MATSUI, Takatomo WATAMORI and Hirakazu KASUYA

(Received on Sep. 30, 2002, accepted on Dec. 25, 2002)

Abstract

Because of their high specific strength and stiffness, fiber-reinforced plastics is used as structural members in various fields, and hence analysis of thin laminated structures is important. Postbuckling behaviors of laminated plates under axial compression have been discussed by many researchers. However, little research has been performed on the postbuckling behavior of laminated curved plates. In this paper, the stability condition of CFRP angle-ply laminated curved plates under biaxial compression and which are simply supported along four edges is determined using Galerkin's method. The postbuckling behavior is proven analytically, and the effects of various factors, such as the dimensions of the curved plate, biaxial compressive ratio, deflection pattern and average axial shortening, are clarified.

Keywords: Structural analysis, Composite materials, Angle-ply laminated curved plates, Biaxial compressive load, Postbuckling behavior

1. 緒言

構造物の軽量化、高速化にともない、高比強度、高比剛性である高性能繊維強化複合材料は、航空宇宙をはじめとする各分野で使用されている¹⁾。複合材料積層板は、座屈後も耐荷能力があり使用可能である^{2~4)}。このことから、積層板と同様に四辺を持ち、なおかつ曲率を持つ積層曲面板でも、座屈後の耐荷能力があると考えられ、その状態での変形および安定問題の研究は、学問的に興味深いだけでなく実用上の見地からも重要である^{5, 6)}。

そこで本論文では、二軸圧縮荷を受けるアングルプライ積層曲面板を例にとり、座屈後の挙動に与える諸因子の影響を解析的手法によって検討する。

2. 積層曲面板の基礎式

2.1 基礎となる関係式

Fig.1 に示すように、辺の長さ a , b , 曲率半径 R , 板厚 h の四辺を単純支持されたアングルプライ積層曲面板において、一隅を座標原点とし、辺にそって x , y 軸、板厚方向に z 軸をとり、各軸方向の中央面の変位をそれぞれ u , v , w とする。なお、荷荷条件は x , y 軸方向から軸圧縮力 P_x , P_y を受ける場合を考える。また、従来の積層平板構造の座屈後の安定問題を

積層曲面板に拡張するために曲率半径の比較的大きな曲面板と仮定する。面内ひずみ成分 ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} と曲率成分 κ_x , κ_y , κ_{xy} と変位成分の関係は、座屈後の問題を解析するために、二次の微小項を考慮した有限変形理論を用いると次式のように表わされる⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{w}{R} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

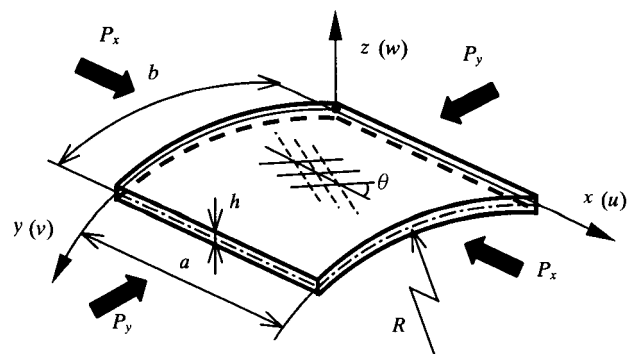


Fig.1 Configuration and coordinates of composite laminated curved plate.

* 1 工学研究科機械工学専攻博士課程前期
* 2 MHI さがみハイテック (株)
* 3 富士重工業 (株)
* 4 工学部動力機械工学科教授

また、多数の層が交互に積層され板厚方向に均質となるアングルプライ積層の合応力成分と面内ひずみ成分、合モーメント成分と曲率成分の関係は次式で表わせる⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 A_{ij} は伸張剛性マトリックス、 D_{ij} は曲げ剛性マトリックスであり、それぞれ、異方性材の繊維方向、繊維に直角方向の縦弾性係数 E_L 、 E_T 、ポアソン比 ν_L 、 ν_T およびせん断弾性係数 G_{LT} が与えられると求められる⁸⁾。

x および y 軸方向に圧縮負荷を受ける積層曲面板の面内変形エネルギーを U_m 、曲げエネルギーを U_b とすると

$$\left. \begin{aligned} U_m &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (N_x \varepsilon_x + N_y \varepsilon_y + N_{xy} \gamma_{xy}) dx dy \\ U_b &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (M_x \kappa_x + M_y \kappa_y + M_{xy} \kappa_{xy}) dx dy \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

であり、変位より圧縮負荷を受ける場合の全ポテンシャルエネルギーは

$$\Pi = U_m + U_b \quad (5)$$

式(5)に式(4)を代入すると

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\frac{1}{h} \left(\frac{N_x^2}{E_x} - \left(\frac{\nu_x}{E_x} + \frac{\nu_y}{E_y} \right) N_x N_y + \frac{N_y^2}{E_y} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{N_{xy}^2}{G_{xy}} \right) + \left[D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right] dx dy \end{aligned} \quad (6)$$

ここで E_x 、 E_y は縦弾性係数、 G_{xy} はせん断弾性係数、 ν_x 、 ν_y はポアソン比である。

2.2 平衡方程式と適合条件式

曲面板の面内および面外の平衡方程式は次式で表わされる。

面内の平衡方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

面外の平衡方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{N_y}{R} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

面内の平衡方程式(7)を満足させる応力関数 F を仮定し、次のように定義する。

$$N_x = h \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad N_y = h \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -h \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

面外の平衡方程式に式(9)を代入すると、

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ = h \left\{ \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ \left. - 2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) - \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

一方、適合条件式は次式で表わせる。

$$\begin{aligned} H_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + (2H_{12} + H_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + H_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ = \frac{1}{h} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)において、

$$\left. \begin{aligned} H_{11} &= A_{22} A_{66} / H, \quad H_{12} = -A_{12} A_{66} / H \\ H_{22} &= A_{11} A_{66} / H, \quad H_{66} = (A_{11} A_{22} - A_{12}^2) / H \\ H &= A_{11} A_{22} A_{66} - A_{12}^2 A_{66} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3. 座屈解析法

座屈後の挙動解析では、面外の平衡方程式(8)、適合条件式(11)の w 、 F に関する連立偏微分方程式に基づき、与えられた境界条件下で解けばよい。しかし非線形問題であることから、厳密解を得ることは困難である。よって近似的に解くことにする。すなわち、まず、板厚方向の面外境界条件を満足するようにたわみ波形 w を仮定し、適合条件式(11)の右辺に代入し、積分して F を求め、面内境界条件を満足する応力関数 F を定める。これより、応力成分、変位成分が求められ、面外の平衡方程式(8)に代入し、Galerkin 法を適用することより、平均軸圧縮応力とたわみの関係式を得る。

座屈後の平衡状態での境界条件は、周辺単純支持とし、次の場合を考える。

板厚方向の面外境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \quad \text{で} \quad w=0, \quad M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0 \\ y=0, b \quad \text{で} \quad w=0, \quad M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

面内境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \quad \text{で、} \quad u \text{ は } y \text{ に沿って一定で} \\ \int_0^b N_x dy = -\bar{N}_x b, \quad N_{xy} = 0 \\ y=0, b \quad \text{で、} \quad v \text{ は } x \text{ に沿って一定で} \\ \int_0^a N_y dx = -\bar{N}_y a, \quad N_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

板厚方向の面外境界条件を満足するように、座屈後のたわみ波形 w を次式のように近似表示する。

$$w = w_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (15)$$

ここで、 m 、 n は x 、 y 軸方向半波数である。式(15)を適合条件式(11)に代入すると、

$$\begin{aligned} & H_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + (2H_{12} + H_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + H_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ &= \frac{w_{mn}}{h} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left[\frac{w_{mn}}{2} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \left\{ \cos\left(\frac{2m\pi}{a} x \right) + \cos\left(\frac{2n\pi}{b} y \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{R} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)を積分し、面内境界条件を満たす F を求めると、

$$\begin{aligned} F &= \frac{w_{mn}^2}{32h} \left[\frac{1}{H_{22}} \left(\frac{na}{mb} \right)^2 \cos\left(\frac{2m\pi}{a} x \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{H_{11}} \left(\frac{mb}{na} \right)^2 \cos\left(\frac{2n\pi}{b} y \right) \right] - \frac{1}{R} \frac{w_{mn}}{h} \left(\frac{m}{a\pi} \right)^2 \\ & \quad \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right)}{H_{22} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + (2H_{12} + H_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + H_{11} \left(\frac{n}{b} \right)^4} \\ & \quad - \frac{\sigma_x y^2}{2} - \frac{\sigma_y x^2}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここで、 σ_x は x 軸方向圧縮応力 ($= P_x/bh$)、 σ_y は y 軸方向圧縮応力 ($= P_y/ah$) である。上式を面外の平衡方程式(8)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[\left\{ D_{11} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \right\} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{R^2} \left(\frac{m}{a} \right)^4 \frac{1}{H_{22} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + (2H_{12} + H_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + H_{11} \left(\frac{n}{b} \right)^4} \right] \\ & \quad \times \frac{w_{mn}}{h} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right) \\ & \quad - \left[\frac{1}{H_{22}} \left(\frac{na}{b} \right)^4 \cos\left(\frac{2m\pi}{a} x \right) + \frac{1}{H_{11}} \left(\frac{mb}{a} \right)^4 \cos\left(\frac{2n\pi}{b} y \right) \right] \\ & \quad \times \frac{w_{mn}^3}{8h} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right) + \frac{2}{R} \frac{w_{mn}^2}{h} \left(\frac{m}{a} \right)^4 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \\ & \quad \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin^2\left(\frac{n\pi}{b} y \right)}{H_{22} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + (2H_{12} + H_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + H_{11} \left(\frac{n}{b} \right)^4} \\ & \quad - \left\{ \sigma_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \sigma_y \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right) \\ & \quad - \left[\frac{1}{8H_{22}} \cos\left(\frac{2m\pi}{a} x \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{m}{a} \right)^4 \frac{2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos^2\left(\frac{n\pi}{b} y \right)}{H_{22} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + (2H_{12} + H_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + H_{11} \left(\frac{n}{b} \right)^4} \right] \end{aligned}$$

$$\times \frac{1}{R} \frac{w_{mn}^2}{h} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{\sigma_y}{R} = 0 \quad (18)$$

が得られ、上式に Galerkin 法を適用すると

$$\int_0^a \int_0^b [\text{式 (18) の左辺}] \sin\left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y \right) dx dy = 0 \quad (19)$$

となり、これより次式のような三次方程式が得られ、これを座屈の支配方程式とする。

$$\begin{aligned} & \frac{w_{mn}}{4a^2 \lambda} \left[\frac{1}{h} \left\{ D_{11} (m\pi)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) (m\pi)^2 (n\pi)^2 + D_{22} (n\pi)^4 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{1}{R^2} \frac{a^4 m^4}{H_{22} m^4 + (2H_{12} + H_{66}) (mn\lambda)^2 + H_{11} (n\lambda)^4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{w_{mn}^2}{16} \left\{ \frac{1}{H_{11}} (m\pi)^4 + \frac{1}{H_{22}} (n\pi)^4 \right\} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{w_{mn} na^2 \lambda^2}{6R} \frac{m}{m} \{(-1)^m - 1\} \{(-1)^n - 1\} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times \left(\frac{1}{H_{22}} + \frac{16m^4}{H_{22} m^4 + (2H_{12} + H_{66}) (mn\lambda)^2 + H_{11} (n\lambda)^4} \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \sigma_x (m\pi)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \sigma_y \left\{ (n\pi\lambda)^2 + \frac{4a^4}{w_{mn} mn\pi^2 R} \{(-1)^m - 1\} \{(-1)^n - 1\} \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

座屈の支配方程式より無次元平均軸圧縮応力 $K (= \sigma_x b^2 / E_T h^2)$ と中央面でのたわみ w_{mn} との関係が求まり、次式となる。

$$\begin{aligned} K &= \left(\frac{b^2}{E_T h^3} \right) \frac{1}{1 + k_y \left(\frac{n\lambda}{m} \right)^2 + \frac{k_y}{R} \frac{4a^2}{m^3 n\pi^4 w_{mn}} \{(-1)^m - 1\} \{(-1)^n - 1\}} \\ & \quad \times \left[\left(\frac{\pi}{am} \right)^2 \left[D_{11} m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) (mn\lambda)^2 + D_{22} (n\lambda)^4 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{w_{mn}^2}{16} \left\{ \frac{1}{H_{11}} m^4 + \frac{1}{H_{22}} (n\lambda)^4 \right\} \right] \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{am}{R\pi} \right)^2 \left[\frac{1}{H_{22} m^4 + (2H_{12} + H_{66}) (mn\lambda)^2 + H_{11} (n\lambda)^4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{1}{H_{22} m^4 + H_{22} m^4 + (2H_{12} + H_{66}) (mn\lambda)^2 + H_{11} (n\lambda)^4} \right] \right. \\ & \quad \left. \times \frac{w_{mn} n\lambda^2 R}{6ma^2} \{(-1)^m - 1\} \{(-1)^n - 1\} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $\lambda (= a/b)$ は曲面板のアスペクト比、 $k_y (= \sigma_y / \sigma_x)$ は二軸圧縮比である。

また、曲面板の中央面での x 軸方向の平均軸縮み ε_{mx} は、 x 軸方向の変位 u を積分することにより求められ、次式となる。

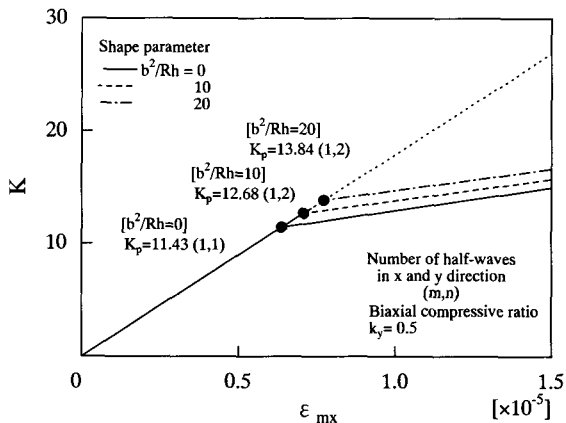
$$\begin{aligned} \varepsilon_{mx} &= -\frac{1}{ab} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dy \\ &= \frac{1}{8} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 w_{mn}^2 + (H_{11} + H_{12} k_y) \sigma_x h \\ & \quad - \frac{w_{mn} mn\lambda^2}{R \pi^2} \frac{\{(-1)^m - 1\} \{(-1)^n - 1\}}{H_{22} m^4 + (2H_{12} + H_{66}) (mn\lambda)^2 + H_{11} (n\lambda)^4} \\ & \quad \times \left\{ H_{11} + H_{12} \left(\frac{m}{n\lambda} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

4. 数値計算例と解析結果の検討

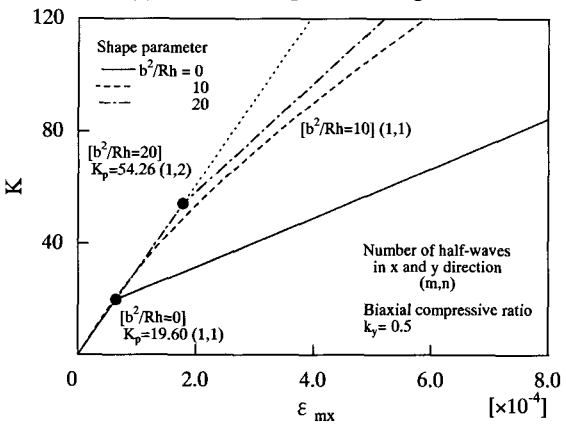
x 軸に対して $\pm \theta$ deg. の層を交互に配向した炭素繊維強化プラスチック(CFRP)材のアングルプライ積層曲面板について数値計算を実行した。計算に用いた基本弾性定数(繊維容積含有率 $V_f = 60\%$)は、平均化近似解法により計算され、実験により確認された次式に示す値である⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} E_L &= 137(\text{GPa}), E_T = 8.18(\text{GPa}), G_{LT} = 4.75(\text{GPa}) \\ \nu_L &= 0.316, \nu_T = 0.0189 \end{aligned} \right\} (23)$$

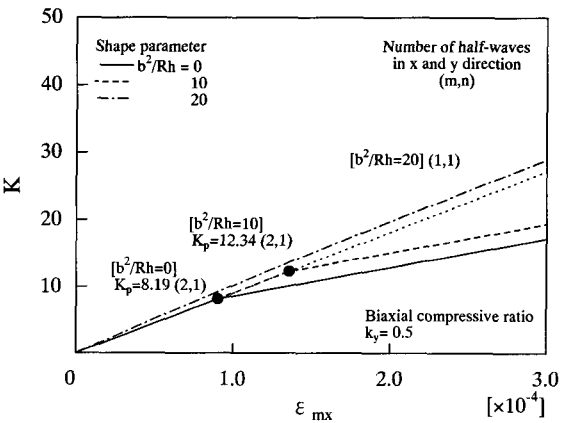
無次元平均軸圧縮応力 K と平均軸縮み ε_{mx} の関係を、二軸圧縮比 k_y を 0.5 とした場合を Fig.2 に、 k_y を 1.0 とした場合を Fig.3 に示し、無次元平均軸圧縮応力 K と無次元たわみ w_{mn}/a の関係を、同様に Fig.4 と Fig.5 に示す。 K_p は座屈値であり、材料定数と積層構成が与えられることにより、各種の波数 m, n の整数値に対する最小値に相当する。なお、座屈時の変形モードである x, y 軸方向半波数 m, n を括弧内に示す。ここで、形状パラメータを b^2/Rh とし、0 の場合は平板形状であり、形状パラメータの増加とともに、円筒殻形状に近づいていくことを意味している。また、板厚 h は常に一定であるとする。



(a) Lamination angle: $\theta = 0$ deg.

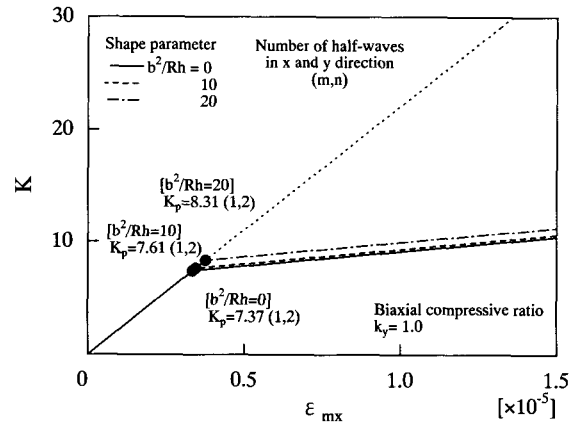


(b) Lamination angle: $\theta = 45$ deg.

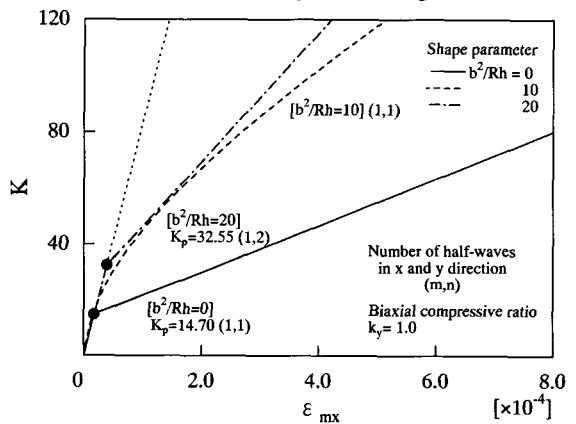


(c) Lamination angle: $\theta = 90$ deg.

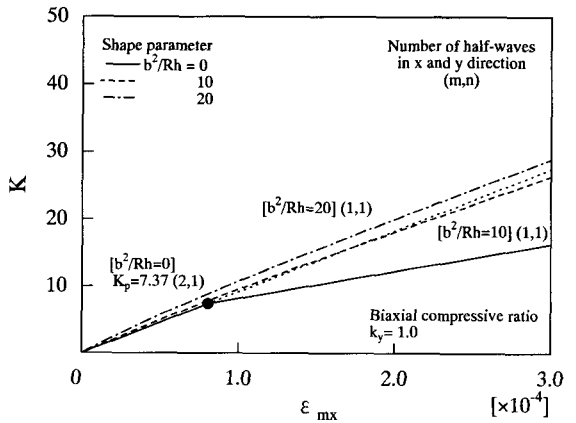
Fig.2. The relation between average axial compressive stress and average axial shortening. (Biaxial compressive ratio $k_y = 0.5$)



(a) Lamination angle: $\theta = 0$ deg.



(b) Lamination angle: $\theta = 45$ deg.



(c) Lamination angle: $\theta = 90$ deg.

Fig.3. The relation between average axial compressive stress and average axial shortening. (Biaxial compressive ratio $k_y = 1.0$)

4.1 座屈値の検討

無次元平均軸圧縮応力 K と平均軸縮み ϵ_{mx} の関係から、座屈値は、各積層角において形状パラメータの増加にともない増加するが、二軸圧縮比 k_y が増加すると減少する。座屈値は、形状パラメータ、二軸圧縮比に依存している。また、最大の座屈値は積層角 $\theta = 45 \text{ deg}$ 近傍であることが観察できる。線図の傾きは x 軸方向の板の剛性を示している。座屈前の剛性は、積層角の増加にともない減少し、二軸圧縮比が増加すると増加する。座屈前の剛性は、形状パラメータは関与せず、積層角と二軸圧縮比に依存しているといえる。

4.2 座屈後の挙動

無次元平均軸圧縮応力 K と平均軸縮み ϵ_{mx} の関係から、座屈後の挙動は、座屈後に剛性は低下するが座屈時より線形挙動をとる分岐座屈、座屈時より応力低下域を示す飛移り座屈⁶⁾、さらに、初期状態から応力とひずみが比例しない非線形挙動を示す三種類が確認できる。座屈後の挙動は形状パラメータ、二軸圧縮比および座屈時の変形モードが関与する。また、座屈後、剛性は低下するが、十分な耐荷能力があるといえる。

平板形状では式(21)の R 項が関与しなくなるため分岐座屈となることがわかる。曲面板において座屈時の変形モードが奇数

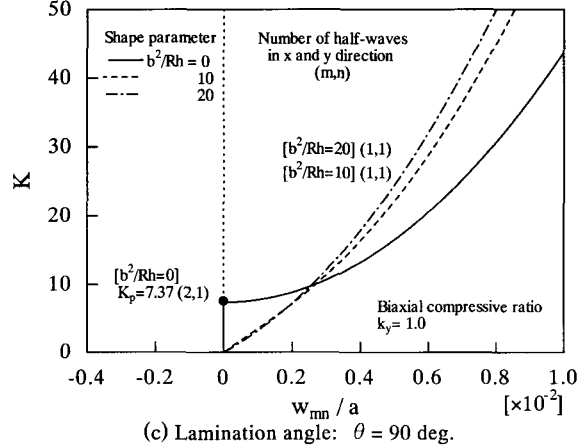
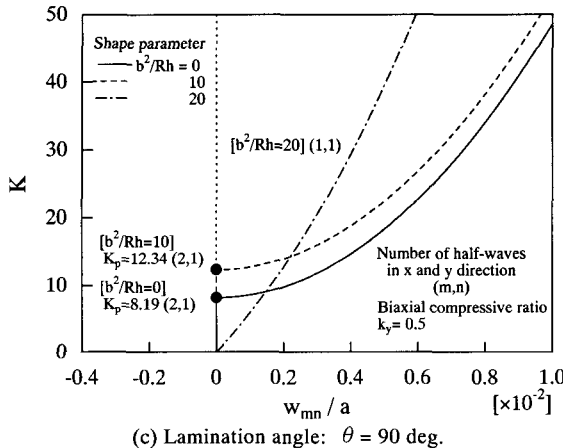
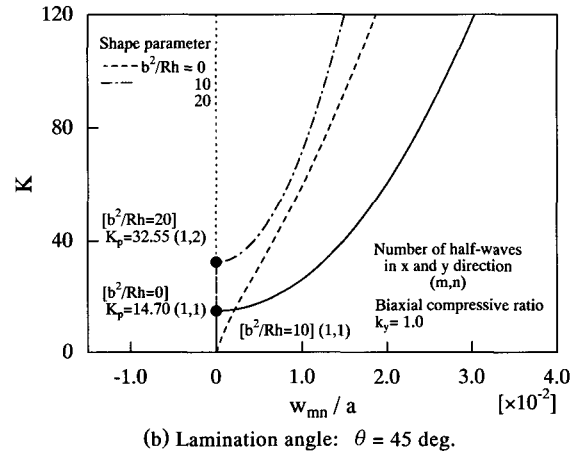
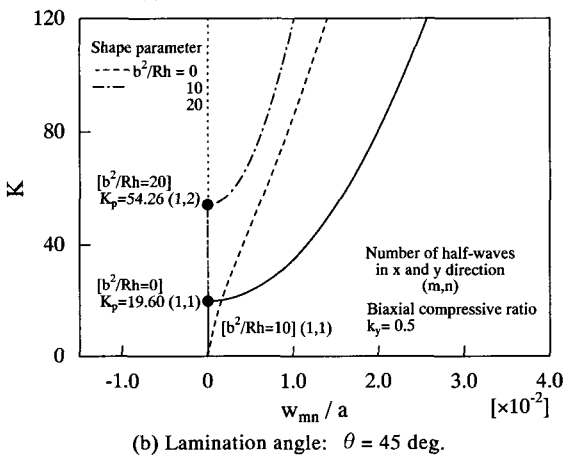
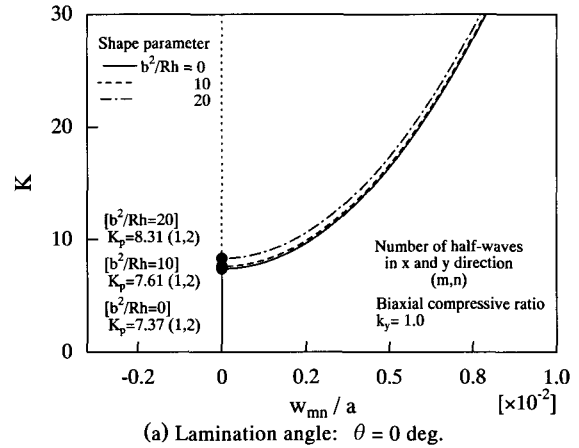
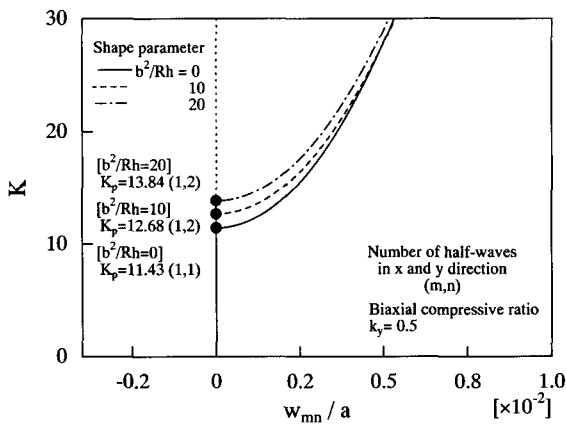


Fig.4. The relation between average axial compressive stress and deflection at center of curved plates. (Biaxial compressive ratio $k_y = 0.5$)

Fig.5. The relation between average axial compressive stress and deflection at center of curved plates. (Biaxial compressive ratio $k_y = 1.0$)

波の組み合わせ、つまり(1,1)のような対称変形モードの場合、一軸圧縮時⁶⁾では、式(21)の R 項が関与し、座屈時より応力低下域が現れ飛移り座屈となる。二軸圧縮時であれば、式(21)の R 項、 k_y 項が関与し、初期状態からの非線形挙動となる。どちらかの軸方向半波数が偶数波、(1,2)や(2,1)のような非対称変形モードであれば、式(21)の R 項が消え、平板と同様に分岐座屈となることが考察できる。

Fig.4 および Fig.5 から無次元平均軸圧縮応力と無次元たわみの関係より、 K はたわみの二乗に比例する二次曲線で表わされる。曲面板の場合では、座屈後のたわみは負(内側)と正(外側)が考えられるが、一軸圧縮時は負側のエネルギーレベルが低いので負のたわみを示し⁶⁾、二軸圧縮時は正側のエネルギーレベルが低いので正のたわみを表示している。

たわみは、形状パラメータが減少し平板形状に近づくにつれ、座屈値が低下し発生し易くなる。曲面板において、座屈時の変形モードが非対称変形モードの場合、座屈様式は平板と同様に分岐座屈であり、二次曲線の対称軸は原点に存在している。しかし、一軸圧縮時の変形モードが対称変形モードのとき、二次曲線の対称軸が移動し、内側方向にずれた曲線となるため、応力低下域が現れ飛移り座屈を示し、たわみ量が逆転する範囲が存在する⁶⁾。そして、二軸圧縮時の変形モードが対称変形モードであれば、初期状態から応力とひずみが比例しない非線形挙動を示す。

5. 結 言

二軸圧縮負荷を受けるアングルプライ積層曲面板の座屈現象について、近似解析的手法である Galerkin 法を用いて数値解析を行い、積層角、形状パラメータ、二軸圧縮比を変化させたときの座屈値および無次元平均軸圧縮応力と平均軸縮み、無次元

たわみとの関係を示した。

その結果、アングルプライ積層曲面板では、座屈時の変形モードが座屈後の挙動に影響を与え、平板の座屈様式を示す分岐座屈と円筒殻の座屈様式を示す飛移り座屈、さらに初期状態から応力とひずみが比例しない非線形挙動を示す三種類の座屈現象を示した。

参考文献

- 1) 植村益次：“FRP 構造設計便覧”，強化プラスチック協会 (1994).
- 2) 粕谷平和，美濃部充好，根本圭一：圧縮負荷を受ける複合材料積層板の座屈強度，日本機械学会論文集 A 編，Vol.58，No.553 (1992)，1544.
- 3) 粕谷平和，美濃部充好：初期不整を有する複合材料積層板の圧縮座屈強度，材料，Vol.42，No.478 (1993)，804.
- 4) H.Kasuya and S.Tsunoi：Buckling Strength of Cross-Ply Laminated Plates under Biaxial Compression，Materials Science Research International，Vol.2，No.2 (1996)，99.
- 5) 山本雅史，粕谷平和：圧縮負荷を受ける複合材料積層曲面板の座屈強度，材料，Vol.49，No.12 (2000)，1312.
- 6) 粕谷平和，渡森孝有：圧縮負荷を受ける複合材料積層曲面板の座屈後挙動，日本機械学会論文集 A 編，Vol.67，No.664 (2001)，1921.
- 7) 林毅：“軽構造の理論とその応用 (上)”，日本科学技術連盟 (1966).
- 8) R.M.Jones：“Mechanics of Composite Materials”，McGraw-Hill (1975).
- 9) 植村益次，山田直樹：炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数，材料，Vol.24，No.257 (1975)，156.