

内圧を有する補強円筒殻の 自由振動特性に関する研究

康井 義明*¹・中嶋 泰仁*²・細見 光史*³

Free Vibration Characteristics of Stiffened Cylindrical Shell under Internal Pressure

by

Yoshiaki YASUI, Yasuhito NAKAKUKI and Koji HOSOMI

(Received on Sep. 30,2002 , accepted on Jan.16,2003)

Abstract

This paper studies the vibration characteristics of a stiffened cylindrical shell subjected to internal pressure. The cylindrical shell under internal pressure is used in many structures as well as the stiffened cylindrical shell. It is problematic that the vibration characteristics are examined only at the natural frequency of the structure. Additionally, It is important to elucidate the vibration characteristics of the stiffened cylindrical shell under internal pressure. Then, the vibration characteristics of the stiffened cylinder shell under internal pressure were analyzed by finite element method and experiment. As a result, the increase in the natural frequency due to the internal pressure effect and coupled vibration due to the stiffening effect were confirmed.

Keywords : Stiffened Cylindrical Shell, Free Vibration Characteristics, Natural Frequency, Internal Pressure

1. 緒言

円筒殻構造は、機械工学・航空宇宙分野を始め、各種プラントや压力容器など多くの用途がある。そのため、形状・材質・環境は多種多様であり、各種外力を受けて剛性を保つため、補強を施して使用されている。

補強円筒殻の動的挙動に関する研究はこれまでいくつかの報告例がある^{1),2),3)}。著者らは円筒殻の補強効果を、加振実験により殻壁の周波数応答解析で示してきた。しかし、補強材が及ぼす固有振動数への影響は論じていない。また、JosephとGanesan¹⁾は、FEMにより補強円筒殻（リング材・縦通材）の固有振動数の変化について、補強本数を変化させ検討しているが、内外圧下での検討は行っていない。

外力を受ける補強円筒殻の研究は、座屈強度に関するものが多く、固有振動数について述べた例は少ない。現在の設計では、円筒殻は経済性・高効率化からより軽量化・薄肉化の傾向にある。そのため、合理的な補強方法による、円筒殻の動的構造強度特性を解明・検討することが求められている。

そこで、本研究では各種外力の中で、用途が多い内圧下での補強円筒殻について、内圧・補強方法（リング材・縦通材）・補強本数を変化させ、補強材および内圧が自由振動特性に及ぼす影響について、解析的・実験的解明を行った。

2. 解析方法

本解析に用いた円筒殻モデルおよび座標系を Fig. 1 に示す。補強材は周方向拘束（以下、リング材）と軸方向拘束（以下、縦通材）を用い、円筒殻と補強材は一体とした。リング材は有効円筒長に等間隔になるように配置し、縦通材は円周方向に均等配置した。円筒殻の長さおよび板厚は、長さおよび半径の比（ L/R ）を 1.0, 2.0 および 4.0 の 3 種類、半径と板厚の比（ R/t ）を 50 および 400 とした。また補強材（縦通材・リング材）は、

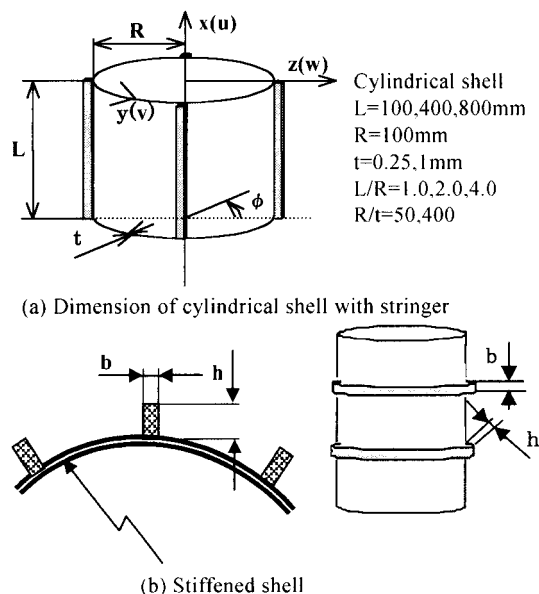


Fig.1 Geometry of stiffened cylindrical shell

* 1 工学部動力機械工学科教授
* 2 (株)ユニシアジェックス
* 3 工学研究科機械工学専攻博士課程前期

幅 b ・高さ h 共に 4mm とした。材料は円筒殻・補強材ともにアルミニウム(ヤング率 $E=69\text{GPa}$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=2670\text{kg/m}^3$)を想定したアルミニウムモデル。および, 円筒殻をポリエステル二軸遠心フィルム ($E=5.4\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=1450\text{kg/m}^3$), 縦通材・リング材をアクリル製 ($E=1.5\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=1180\text{kg/m}^3$) としたポリエステルモデルを用いた。解析ソフトは汎用非線形構造解析プログラム MSC/MARC2000 を使用し固有値解析において, Lanczos 法を用い固有振動数を求めた。

円筒殻モデルには 4 辺形シェル要素を用い, 境界条件は両端固定 (CC1), 要素分割は軸方向 (x 方向) を $L/R=1.0$ に対して 10 分割, 周方向 (y 方向) は 60 分割し, とともに高次のモード数においても十分にモード波形が現れるように設定した。補強材においても円筒殻と同様の要素を用い, 要素分割は縦通材では円筒殻の軸方向の分割数, リング材では周方向の分割数と同数で分割した。

本報告では周方向波数を n , 軸方向半波数を m とし, ゲージ圧 0Pa を無圧(Unpressure)と称する。

3. 実験装置および実験方法

Fig.2 に実験装置の略図を示す。円筒殻④は端板の影響を受けないように横置きにし, 両端は低融点金属 U-Alloy を用いてアクリル製端板に固定した。端板はアングルを用い, 動電式加振機③に固定した。

実験による円筒殻形状は $L/R=4.0$, $R/t=400$, $R=100\text{mm}$, 材料は FEM 解析と同様のポリエステル二軸遠心フィルム (東レ製: ルミラー材, $E=5.4\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=1450\text{kg/m}^3$) を用い試験片を作製した。補強材においても FEM 解析と同様に縦通材・リング材ともアクリル製 ($E=1.5\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=1180\text{kg/m}^3$) を用いた。

補強材はアセトンで表面処理後に, 接着剤で密着加圧した。接着位置は解析同様に等間隔で円筒殻外側に配置した。また, 直交補強のみリング材を外側, 縦通材を内側に配置した。

実験方法は, 点加振による掃引試験を行った。加速度計⑤を有効円筒長中心に取り付け加速度の時刻歴応答を取った。そして, チャージアンプ⑥を介してコンピュータ⑦に入力し, FFT 処理後ノイズ除去のため平均化を行い, 固有振動数を求めた。なお内圧は手動式ポンプを用いて, ゲージ圧 0~20kPa 加えた。

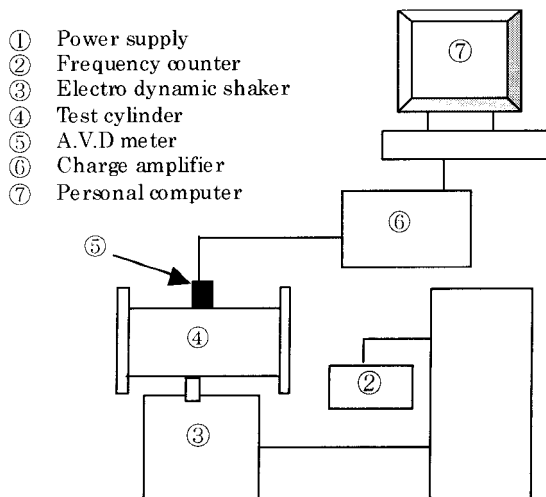


Fig.2 Test apparatus

4. 解析結果および考察

4.1 無補強円筒殻

fig3(a)は円筒殻の変形モードの例を示したものである。本報告では座標原点 ($z=0$) に対して対称に配置された縦通材を結ぶ直線に対して, モードが対称変形で表されるものを対称モード, それ以外を非対称モードと定義する。

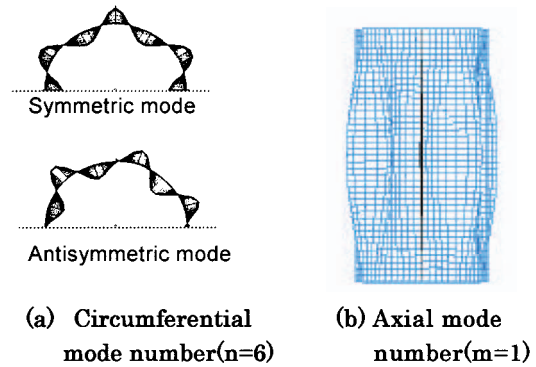


Fig.3 Modal shape

Fig.4 は, 各内圧下における周方向モード数と固有振動数の関係を示したものである。基本的に固有振動数は内部応力の状態によって変化する。引張り応力では上昇し, 圧縮では低下する。これは Fig.4 からわかる。固有振動数は内圧増加に伴い上昇していることがわかる。しかし, 低次モードにおいて, 内圧が増加しても固有振動数はほとんど変化しない。これは低次モードでは殻壁のたわみ振動が主であり, 高次になると固有振動数は内圧の影響を受けやすくなるので, 面内変形が主となることを考慮すれば理解できる。

つまり, 内圧が増加すると固有振動が増加し, 基本振動数が低次モードに移行する。そして最終的には, 周方向モード数 $n=1$ (たわみ振動) が最小になり, それ以上ほとんど基本振動数は上昇しないことになる。

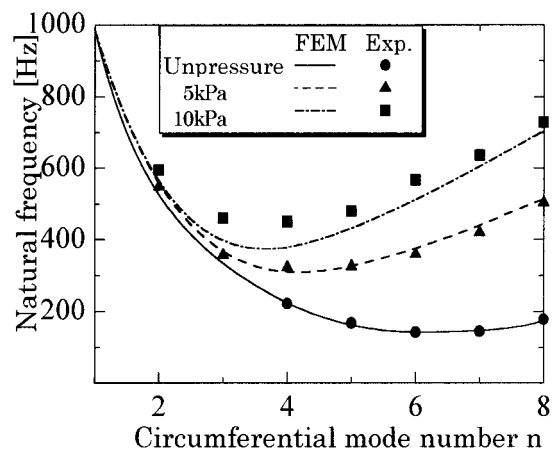


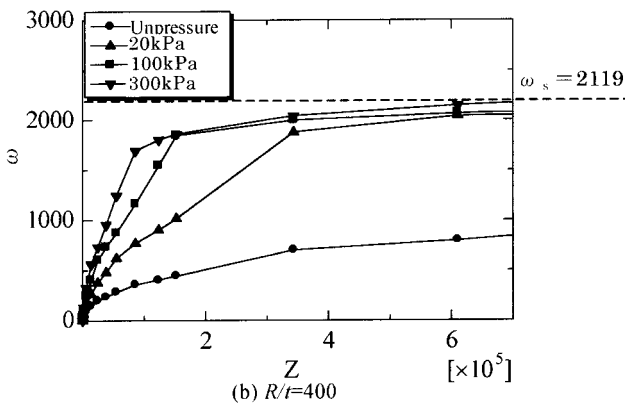
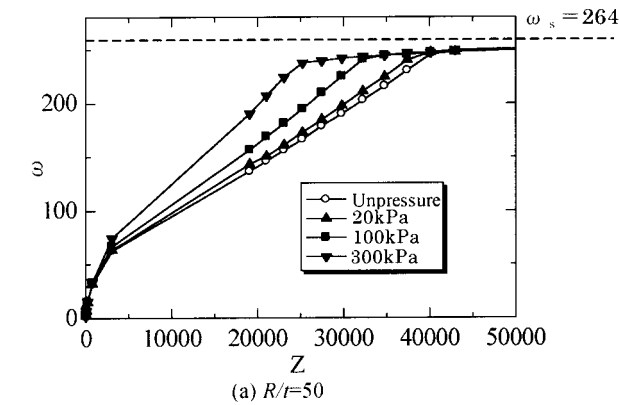
Fig.4 Natural frequency of monocoque shell ($L/R=4$) (Polyester model)

Fig. 5 は、縦軸に基本振動数の振動パラメータ ω 、横軸に円筒形状パラメータ Z を示した。これらはアルミモデルでの FEM 解析結果より算出したものであり、 ω と Z は次式で表される。

$$\omega = \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{\rho t}{D}} (2\pi f) \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad \dots (1)$$

$$Z = \frac{\sqrt{1-\nu^2} L^2}{Rt} = \sqrt{1-\nu^2} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \left(\frac{R}{t}\right) \quad \dots (2)$$

破線は中空棒のたわみ振動数(無圧) ω_s を示している。また、 ω_s を求める上で使用したパラメータ χ は中空棒での横振動一次振動モード時の振動数係数である。前述したとおり、有圧下の無補強円筒殻の基本振動数は、最大時で無圧のたわみ振動に収束することがわかる。つまり、たわみ振動数(無圧時)を求めることで、内圧が基本振動数に与える最大の影響を、容易に推測することができる。また、この傾向は R/t が大きくなるほど、顕著に現れ有効である。



$$\omega_s = \left(\frac{R}{t}\right) \left(\frac{\chi}{\pi}\right)^2 \sqrt{6(1-\nu^2)} \quad \text{however, } \frac{t}{R} \ll 1$$

The time of the fixed end, $\chi = 4.730$

Fig.5 Vibration characteristics of monocone shell (L/R=4) (Aluminum model)

4.2 リング材補強円筒殻

Fig. 6 は、リング材補強円筒殻の内圧と基本振動数の関係を示したものである。無補強・補強円筒殻を比較すると、円筒殻に加わる内圧によって、固有振動数の大小が替わることがわかる。これは低圧時では、内圧の影響よりもリング材の影響が大きいため、補強円筒殻の方が高くなったと考えられる。一方、ある程度の内圧が加わると、内部応力の影響が大きくなるため、

逆になったと考えられる。本数を比較すると、補強本数が増えると順次基本振動数は低くなるのがわかる。この原因として二つ考えられる。一つ目は、補強本数が増えることで質量が増加し基本振動数が低下した。二つ目は、補強本数が増えることで、内部応力の抑制される箇所が増えるため、基本振動数が低下したと考えられる。

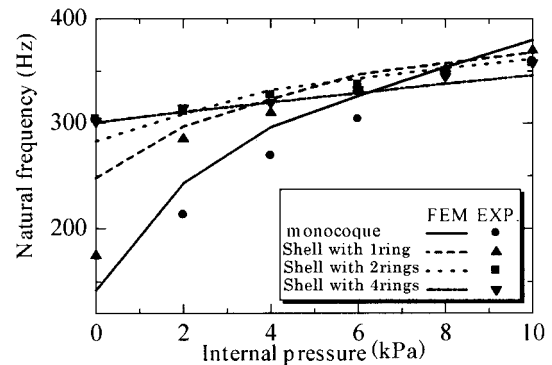


Fig.6 Vibration characteristics of ring stiffened cylindrical shell(Polyester model)

4.3 縦通材補強円筒殻

Fig. 7 は、縦通材補強円筒殻の補強本数と基本振動数の関係を示したものである。()内の数字は周方向モード数を示している。補強本数の増加にしたがって基本振動数は低くなるのがわかる。これは円筒殻の振動特性が影響している。円筒殻は周方向の固有振動数が最も低いため、周方向モードの拘束が固有振動数に大きな影響を与える。そのため縦通材はリング材と異なって、周方向モードの拘束が弱いため、質量による効果しか与えず、本数が増えるほど基本振動数を下げると考えられる。

また、補強本数と基本振動数の関係に、一部逆転している部分が見られる。これは補強円筒殻のモードと縦通材本数の関係が影響していると考えられる。すべての補強材が生成されるモードの腹に当たる場合 (Fig. 8(a)参照), 最も質量効果(質量が固有振動数に与える影響)が得られる。本報告では縦通材 4 本(内圧 6 kPa)と 6 本(無圧)がこれに当たる。逆にすべての補強材がモードの節に当たる場合(Fig. 8(b)参照), ほとんど効果を受けない。つまり、場合によっては、強い対称モードが生成されるため、補強材本数に伴わず基本振動数が極端に減少する。

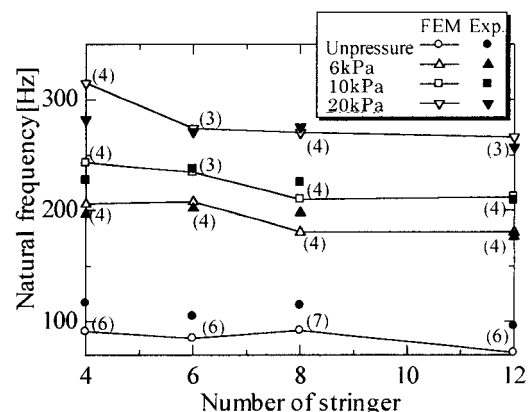
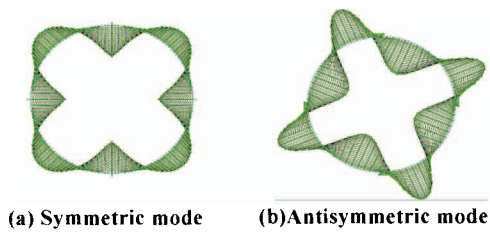


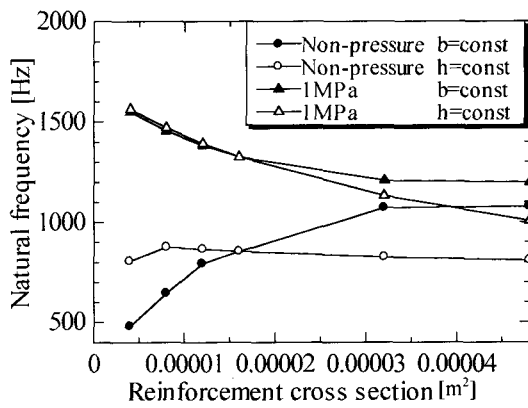
Fig.7 Vibration characteristics of stringer stiffened cylindrical shell (L/R=4) (Polyester model)



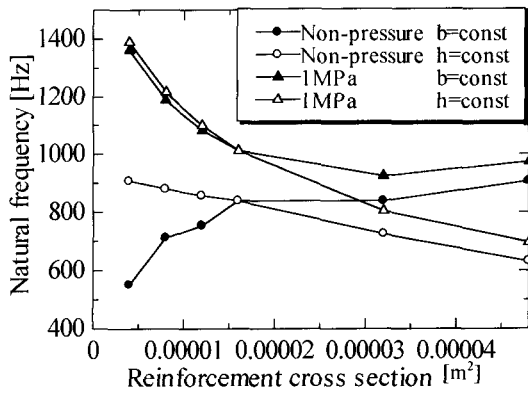
(a) Symmetric mode (b) Antisymmetric mode
Fig.8 Symmetric mode and antisymmetric mode (shell with 4stringers)

4.4 補強材断面積変化

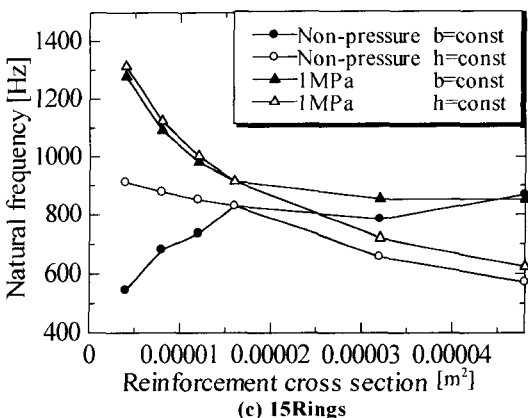
Fig.9は、有圧下（1MPa）において、各リング材補強本数について、補強材断面積 $4 \times 4 \text{ mm}^2$ を中心に補強材断面積を変化させた図である。断面積が同じでも、補強材幅と高さによって異なる傾向になる。



(a) 3Rings



(b) 11Rings

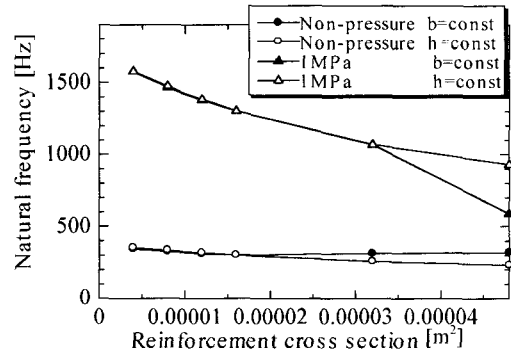


(c) 15Rings

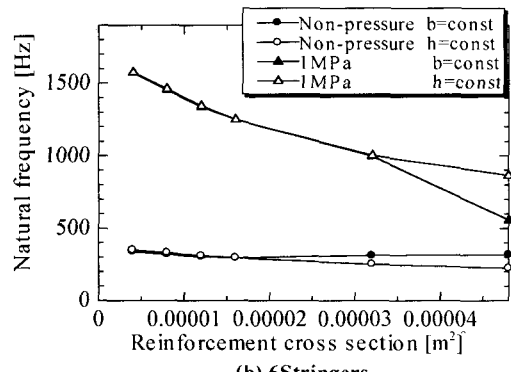
Fig.9 Comparison of natural frequency and reinforcement cross section(Aluminum model)

無圧下では、補強材断面積が増加すると、補強材幅 b が一定のときは増加傾向、逆に補強材高さ h が一定のときは減少傾向にある。補強円筒殻の固有振動数は剛性と質量により増減することから、補強材幅に対して高さを増した方が固有振動数を増加することができ共振避けることができる。

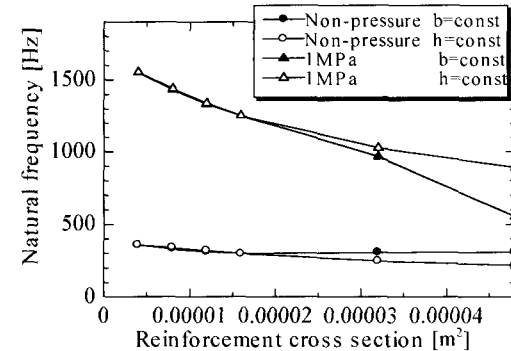
つまり、補強材の断面二次モーメント（断面は四角形）は高



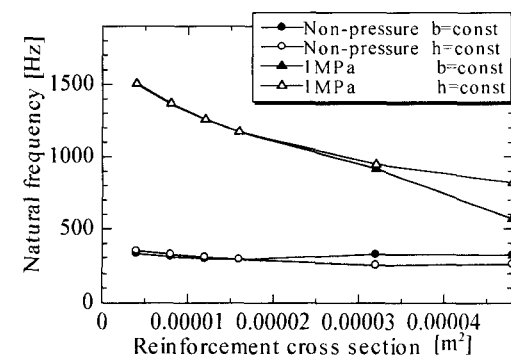
(a) 4Stringers



(b) 6Stringers



(c) 8Stringers



(d) 12Stringers

Fig.10 Comparison of natural frequency and reinforcement cross section(Aluminum model)

さ h に強く影響することから、リング材補強の場合、補強円筒殻の固有振動数は、補強材の曲げ剛性に強く依存することがわかる。

Fig. 10 は、有圧下 (1 MPa) において、各縦通材補強本数について、補強材断面積 $4 \times 4 \text{ mm}^2$ を中心に補強材断面積を変化させた図である。

無圧下・有圧下ともに、低次モードでは補強材幅と高さの変化によってほとんど変化が見られない。しかし、有圧下の高次モードではリング材同様に補強材高さが大きい方が、固有振動数に対する影響が大きいことから、有圧下での縦通材補強では、リング材同様に補強円筒殻の固有振動数は、補強材の曲げ剛性に強く依存することがわかる。

リング材・縦通材ともに有圧下では、 k 一定、 h 一定のとき、各無圧にリング材では収束し、縦通材では近づくことがわかる。これは、前述のとおり、補強材剛性が増すと内圧の影響を受けにくくなることからわかる。つまり、内圧の使用範囲が広い場合は、縦通材高さを増し剛性を上げ、内圧にあまり影響の受けない、固有振動数のバンド幅の狭い方を使うとよいことがわかる。

また、Fig. 9 においては、 h が増加すると一度極値を取り増加していることがわかる。これは内部応力抑制により、一度は減少するがその後剛性増加の影響が大きくなり、基本振動数は増加したと考えられる。つまり、リング材補強では有圧下においても曲げ剛性が、固有振動数に大きく寄与することがわかる。

4.5 直交補強円筒殻

Fig. 11(a)は、縦通材本数を 8 本に固定し、各内圧にリング材本数を変化させたものである。リング材の本数が少ない場合、内圧の大小によって、固有振動数を増減させることがわ

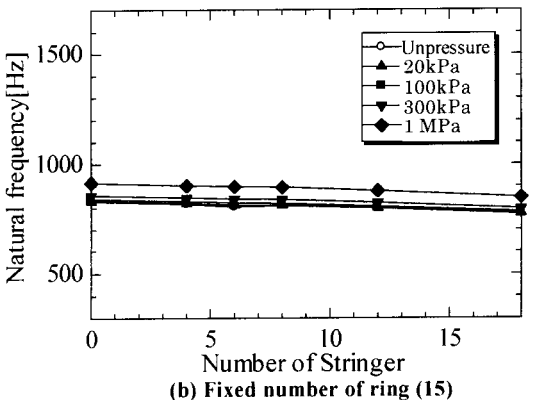
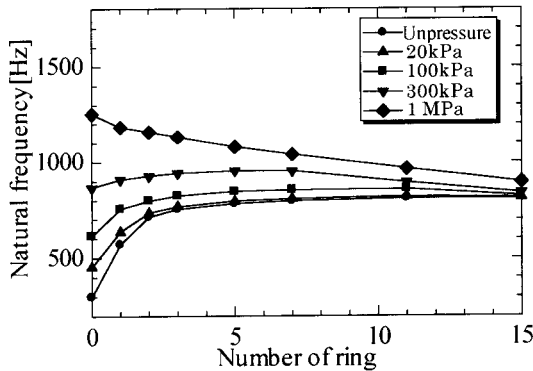


Fig.11 Vibration characteristics of orthogonally stiffened (FEM,L/R=4) (Aluminum model)

かる。一方、リング材本数が多くなると固有振動数は、内圧の大きさにかかわらず、固有振動数は収束していくことがわかる。

Fig.11(b)はリング材数を 15 本に固定し、各内圧に縦通材本数を変化させたものである。先の傾向は縦通材本数によって変わらないことがわかる。これは縦通材補強の影響がほとんど見られず、リング材補強のみと同様の傾向を示していることから、直交補強円筒殻の固有振動数は、リング材の振動特性に強く依存することがわかる。つまり、縦通材本数が決まっています、単純に固有振動数を増加させたい場合、リング材本数は円筒殻が受ける内圧に応じて、固有振動数が減少しない程度に少なく設定すると良い。また、内圧の使用範囲が広く、共振を避けるような振動対策を施したい場合は、リング材本数を多く設定し、内圧にあまり影響の受けない、固有振動数のバンド幅の狭い方を使うと良いことがわかる。

Fig.12 は理論解析値と FEM 解析値を比較したものである。理論値は文献^{5),6)}(Table1 参照)より用いた。両文献では、補強殻を直交異方性材料と置き換え、Ritz の解法により値を導き出している。また、Flügge の式を用いているため、周方向モードが低次においても妥当な値を示すことがわかる。理論値・実験値ともに FEM と比較すると、定性的・定量的にほぼ一致が見られる。これより、直交補強および内圧(有無)において、本解析の妥当性を示すことができる。

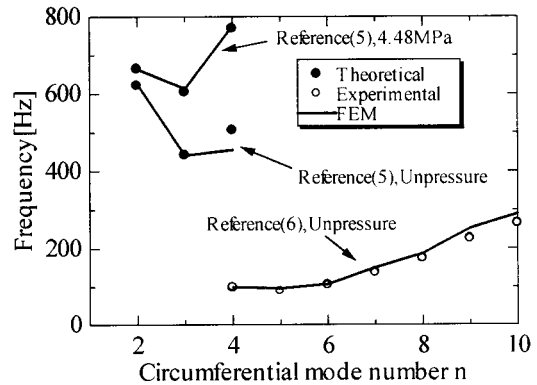


Fig.12 Comparison of theoretical calculation and FEM

Table.1 Reference parameters

	W.sehnell F.Heinrichsbauer	D.C.G.Eaton Prof.D.J.Johns
Ring Number	0	10
Stringer of Elasticity	4	20
Modulus of Elasticity	199GPa	207GPa
Poisson's Ratio	0.3	0.3
Density	7838[kg/m ³]	7430[kg/m ³]
Shell Length	0.987[m]	0.813[m]
Shell Radius	0.1945[m]	0.203[m]
Shell Thickness	0.464*10 ⁻³ [m]	2.04*10 ⁻³ [m]
Z	10297	1522
R/t	419	99.5
L/R	5.07	4.00
Λ (Calculated factor)	0.242	0.392

5. 結言

本報告では、薄肉円筒殻の内圧と各種補強方法による基本振動数への影響を FEM と実験にて求め検討した。その結果、以下のことがわかった。

- (1) リング材補強は無補強円筒殻と異なり、内圧との関係は複雑で、基本振動数に関して述べると、リング補強の内部応力抑制とモード拘束の関係によって、基本振動数は変化することがわかった。そのため、リング材本数は多ければ良いわけではなく、用途によってリング材本数を適切に増減させることで、有効的な補強が可能である。
- (2) 縦通材補強では、リング材補強同様に内圧との関係は複雑で、補強時に生成されるモードは、内圧、補強剛性、円筒形状によって変わるため、生成モードと縦通材本数を検討することで、基本振動数の減少を最小限に抑えることができる。
- (3) 直交補強では、縦通材補強とリング材補強の影響が両方現われるが、縦通材の効果はほとんどなく、有圧下においてもリング材の影響が大きく、縦通材はあくまでも軸方向剛性を補うものである。そのため、リング材の影響を考慮することで、内圧を有する補強円筒殻の自由振動特性を捉えることができる。
- (4) 補強殻全体について、有圧下では、補強円筒殻の固有振動数は、補強材の曲げ剛性に強く依存する。補強材本数・補強材剛性の増加は内圧の影響を小さくすることが明らかとなった。

参考文献

- (1) 康井義明,中嶋泰仁,森山裕幸:日本機械学会講演論文集,001-1(2001),421.
- (2) G.Sinha and M.Muk: Proc. Indian natn. Sci. acad., Vol.61 No3&4(1995),195
- (3) 康井義明他3名:日本機学会論文集 A編. Vol.62.No.593 (1996), 234
- (4) Joseph Stanley and Ganesan: Com&Str .65-1 (1997) .33
- (5) W.chnell and F.Heinrichsbauer: "The Determination of Free Vibrations of Longitudinally-Stiffened Thin-Walled Circular Cylindrical Shells,"TT F-8856. Aril 1964, NASA.
- (6) D.C.G.Eaton,Prof.D.J.Johns: Engineering science Data Item Number 80040