

数値流体解析による山の風下側熱上昇風に関する一考察

中村 哲^{*1}・利根川 豊^{*2}

Thermal Updrafts Leeward of a Mountain by Numerical Simulation

by

Tetsu NAKAMURA and Yutaka TONEGAWA

(Received on Sep. 30, 2002 & Accepted on Jan. 7, 2003)

Abstract

Under a strong wind condition, the area leeward of a mountain is dangerous for small aircraft, particularly for a sailplane, because of downdraft along the leeward slope of the mountain. On the other hand, cumulus clouds suggesting the existence of thermal updraft are occasionally observed on the leeward side of the mountain. In order to clarify the generation mechanism of the updraft leeward of the mountain, we have performed a numerical analysis of fluid dynamics. In our model, a heat source representing the absorption of solar radiation is put on the leeward slope of the mountain to produce thermal updraft, and the leeward effect of the mountain is simulated. It is confirmed by the simulation that the thermal updraft in the lee of the mountain is not easily blown away because of the presence of the mountain. Furthermore, the relationship between the leeward effect and the steepness of the slope of the mountain is clearly demonstrated. The present result suggests a possibility that the leeward side of a mountain is suitable for soaring under appropriate wind and sunshine conditions, and could be utilized for aerial sports.

Keywords: Aeronautical meteorology, Thermal updrafts, CFD

1. 結論

無動力の滑空機が滞空するためには上昇流が必要であり、日射もしくはその他の熱原による熱上昇流、山岳地帯における斜面上昇風、および山岳波によって生じる上昇流を利用して飛行する。したがって、各種上昇流がどのような場所と条件で発生するかを知ることはグライダーなどのスカイスポーツ界では特に重要な関心事である。また、上昇流の周りには必ず下降流が存在し、強い下降流は滑空機だけでなく一般の航空機にとっても危険である。本研究では、パーソナルコンピュータ（以下パソコン）ベースの比較的手軽な数値解析ソフトを利用し、山岳地帯特有の熱上昇および下降流発生の数値解析を試みたものである。

近年のコンピュータの計算能力の急速な向上により、大気の流れを扱う分野では、コンピュータを使った数値流体解析は、観測や風洞実験と並び、非常に有効な手段となってきた。特に風工学分野では人間の生活に密着したスケールでの局地風の解析や予測モデルの開発が盛んである^{1), 2)}。しかし現在では防災面や環境汚染、風力発電によるエネルギー開発などに重点がおかれ、スカイスポーツを念頭においたような研究はあまり見られない。また、山岳を越える気流に関する研究では、特に山岳波に関する研究は数多くなされている³⁾。スカイスポーツにおいても山岳波はウェーブと呼ばれ、長距離や高高度飛行に広く利用されている。しかし、山岳波の発生には、ある程度以上の強風や、安定成層といった条件が必要であり、この条件は

スカイスポーツにおいては特殊かつ過酷な条件である。そこで、本研究ではまったく逆の、弱風および対流不安定層において山岳の風下に熱対流が発生した場合に、山を超える気流がどのような振る舞いをするかについて、解析を行った。

一般に、平地における熱上昇流は、熱源の風上側に風を遮る構造物があるとよく発達することが知られている。これは熱源（地面）からの熱が風によって流されるのを遮蔽物が防ぎ、熱上昇流が効率良く発達できるため、「風の影の効果(The effect of leeward)」と呼ばれよく知られている⁴⁾。一方、山岳地帯に風が吹く場合、山の風上側斜面は上昇流、風下側斜面は下降流となることが既知であり、風上側では上昇流が得られるが、風下側の滑空は危険であるとされている。しかし、風下側の斜面が日射により暖められ、山が風に対し遮蔽物となれば平地の場合と同様に「風の影の効果」により熱上昇流が発達する可能性がある。実際、山の風下側に積雲が発達するのがしばしば観測され、そのような上昇流の存在を示唆しているが、これに関する大気の流れ解析は報告されていない。

本研究では、山による「風の影の効果」がその風下斜面に発生する熱上昇気流に対してどのように影響を及ぼすのかという点に焦点を絞り、パソコンによる数値流体解析を行った。解析には数値流体解析ソフト、CFD2000を用いた。風の流入口と流出口の間に山のモデル、および山の風下斜面に熱源を置き、山の斜度と風速の強さを変えつつ、上昇流の強さを調べた。

その結果、山の斜度が大きくなるほど、後方の上昇流は風に流されにくくなることがわかり、「風の影の効果」が上昇流に与える影響に関して確認することができたので、ここに報告する。

* 1 工学部航空宇宙学科研究生

* 2 工学部航空宇宙学科教授

2. 数値解析

CFD2000 は ADAPTIVE-RESEARCH 社の開発した数値流体解析ソフトであり、本研究ではこれを用いて解析を行った。以下に CFD2000 で扱われる理論背景および、方程式をしめす⁹⁾。

2.1 本論文で用いられる記号の説明

ϕ : 物理変数 Γ_ϕ : ϕ に対する有効拡散係数
 S_ϕ : ϕ に対するソース項 ρ : 局所的な流体密度
 u_i : 流体速度 x_i : 位置ベクトル
 B_i : 流体に働く体積力の単位体積あたりの大きさ
 p : 熱力学的圧力 $S_{u_i,p}$: 運動量の生成吸収項
 τ_{ij} : 粘性応力テンソル {(3)式を参照}
 H : 局所的な密度で平均化された静的な流体のエンタルピー
 Φ : ストークスの分子散逸関数 {(4)式を参照}
 Q : 流体に加えられる単位時間、単位体積あたりの熱量
 κ : 熱伝導率 C_p : 定圧比熱
 $S_{H,p}$: エンタルピーの生成吸収項 μ : 粘性率
 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ関数 ($i=j$ の場合 $\delta_{ij}=1$, $i \neq j$ の場合 $\delta_{ij}=0$) ϕ^{old}, ϕ^{new} : 二つの時刻における物理量の値
 \vec{v} : 速度ベクトル V : セルの体積
 dA : セル面の微小面積要素 C_ϕ : ソース線形化係数
 ϕ_0 : 定数 R : 理想気体定数
 T_{ref}, P_{ref} : 参照温度, 参照圧力 g : 重力加速度
 i : 各変数の i 成分を表す添え字 β : 熱膨張係数

2.2 理論背景

CFD2000 では流体力学で扱われる保存則 (質量保存則, 運動量保存則, エネルギー保存則) を以下のような一般的な保存則としてまとめている。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial(\rho u_i \phi)}{\partial x_i}}_{(c)} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\underbrace{\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i}}_{(d)} \right] + \underbrace{S_\phi}_{(s)} \quad (1)$$

(1)式における4つの項はそれぞれ、遷移項(T), 移流項(C), 拡散項(D), ソース項(S)を表す。(1)式としてひとつにまとめられた方程式からすべての dependent 変数の解を導くため、 $\phi, \Gamma_\phi, S_\phi$ は以下のベクトルで表せる。

$$\phi = \begin{Bmatrix} 1 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ H \end{Bmatrix}, \Gamma_\phi = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mu \\ \mu \\ \mu \\ \kappa \\ C_p \end{Bmatrix}, S_\phi = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_1} - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho B_1 + S_{u_1,p} \\ \frac{\partial \tau_{2j}}{\partial x_2} - \frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho B_2 + S_{u_2,p} \\ \frac{\partial \tau_{3j}}{\partial x_3} - \frac{\partial p}{\partial x_3} + \rho B_3 + S_{u_3,p} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \Phi + Q + S_{H,p} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

τ_{ij} は粘性応力のテンソルであり、以下の式で表される。

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (3)$$

(3)式ではストークスの仮定を用いて、応力テンソルの接線成分と変形速度テンソルとが線形関係であるとし、また、体積粘性率 (第2粘性率) は無視できると仮定してある。これは気体流体を扱う場合は成り立つものと考えてよい。また、 Φ はストークスの分子散逸関数であり、(4)式であらわされる。

$$\Phi = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4)$$

(1)式であらわされた一般支配方程式は Patankar(1980)による方法で離散化される。これは各セルの体積 V に対して、支配方程式を体積積分することで離散化を行う。このとき、セルの体積 V に対する体積積分は、ガウスの定理により、各セル面の微小面要素 dA にたいする面積積分に変換される。よって、(1)式の個々の項は以下の積分式であらわされる。

$$\text{遷移項} : T = \iiint_V \frac{\partial \phi}{\partial t} dV = V(\phi^{new} - \phi^{old}) / \Delta t \quad (5)$$

$$\text{移流項} : C = \iiint_V (\vec{v}(\rho \vec{v} \phi)) dV = \iint_{\text{all face}} (\rho \vec{v} \phi) dA = \sum_{\text{all face}} \rho \vec{v} \phi \cdot \vec{A} \quad (6)$$

$$\text{拡散項} : D = \iiint_V (\vec{v}(\Gamma \vec{v} \phi)) dV = \iint_{\text{all face}} (\Gamma \vec{v} \phi) dA = \sum_{\text{all face}} (\Gamma \vec{v} \phi \cdot \vec{A}) \quad (7)$$

$$\text{ソース項} : S = \iiint_V S_\phi dV = VC_\phi(\phi_0 - \phi) \quad (8)$$

(1)式, (2)式, および(5)~(8)式は最終的に状態方程式,

$$\rho = \frac{P + P_{ref}}{R(T + T_{ref})} \quad (12)$$

を用いて方程式系を閉じることで計算される。

また、本研究では浮力は、密度差の関数ではなく、温度差の関数として近似され、

$$\beta_i = g_i \rho_{ref} \beta (T - T_{ref}) \quad (13)$$

で表せるブジネスク力を用いて計算する。

2.3 解析モデル

解析にあたり、実現象における代表的な値として、山の高さ: 1000m, 流入風速: 5m/s, 周辺空気と熱源の温度差: 12.5°C, を想定する。この条件で、理想気体の動粘性係数 $\nu = 1.85 \times 10^{-5}$ の場合、レイノルズ数: $Re = 2.7 \times 10^8$, グラフホフ数 $Gr = 1.2 \times 10^2$ となる。解析モデルでは、レイノルズ数, グラフホフ数を合わせるため、山の高さ: 0.1, 流入速度: 0.02, 周辺空気と熱源の温度差: 2.0 とし、動粘性係数を $\nu = 7.4 \times 10^{-12}$ とした。

Figure 1 に本研究での解析モデルの代表的な例を示す。モデルは3次元となっている。解析結果として熱源位置における $x-y$ 2次元平面内における値を用いるが、モデルを2次元にした場合、上昇流が解析境界面に達した時、その前後の流れが閉じた流れとなってしまう、圧力不均衡によって解析がうまく収束しないため、3次元とすることにより解決した。

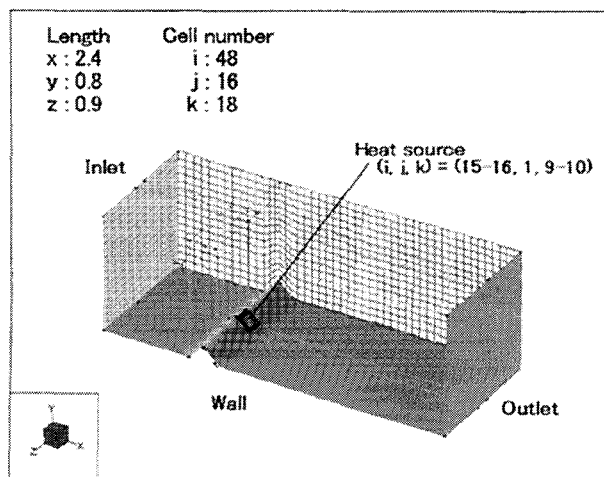


Fig. 1 A sample of models(45degree).

Table 1 Dimensionless Constants.

R	Cp	ν	β
8.314	1.00E+03	7.40E-12	3.30E-03
κ	ΔT	g	Gr
2.62E-02	2.0	9.8	1.20E-02

Vo	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03
Re	1.35E+08	2.03E+08	2.70E+08	3.38E+08	4.05E+08

θ	0	15	30	45
----------	---	----	----	----

モデルの大きさは(x, y, z)=(2.4, 0.8, 0.9)であり、これ以上解析領域を広げても、特に結果が変わらないことを確認してある。山は障害物として設定するのではなく、モデルのy軸負の方向(以下 south と呼ぶ)面に凸を作ることで再現した。各方向のセル数は(i, j, k)=(48, 16, 18)とし、総セル数は13824となる。何種類かの結果を比較するにあたって、x方向、y方向の距離

および高さを等しくする為、セルは等間隔で分布した。壁境界条件は、スリップなしで、モデルの south 面全域に適用した。熱源の位置は(i, j, k)=(15-16, 1, 9-10)のセルの south 面に置き、熱源の中心がx=0.75となるようにした。また熱源はT=290の温度をもち、面積は山の斜度に関わらず0.1x0.1となる様にした。

初期値として、全領域にT=288, 流入速度 Vo, 流入温度 T=288を設定し、一度熱源なしの状態では計算を開始し収束させた後、熱源を入れた計算を行う。山の斜度を $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 、また、流入速度はRe=2.7x10⁸の場合の0.02を基準として、それぞれの山の斜度に対して、Vo=0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03の値の場合について計算を行い、結果をだした。計算時間はt=120, ステップ数は1200とし、計算は十分に収束する。使用した計算機はNEC MA73T, CPUはPentiumIII 731MHzでいずれのケースもそれぞれ計算終了までに約1h30mを要した。

Table 1 に本研究で行った計算に関する各定数をまとめた。

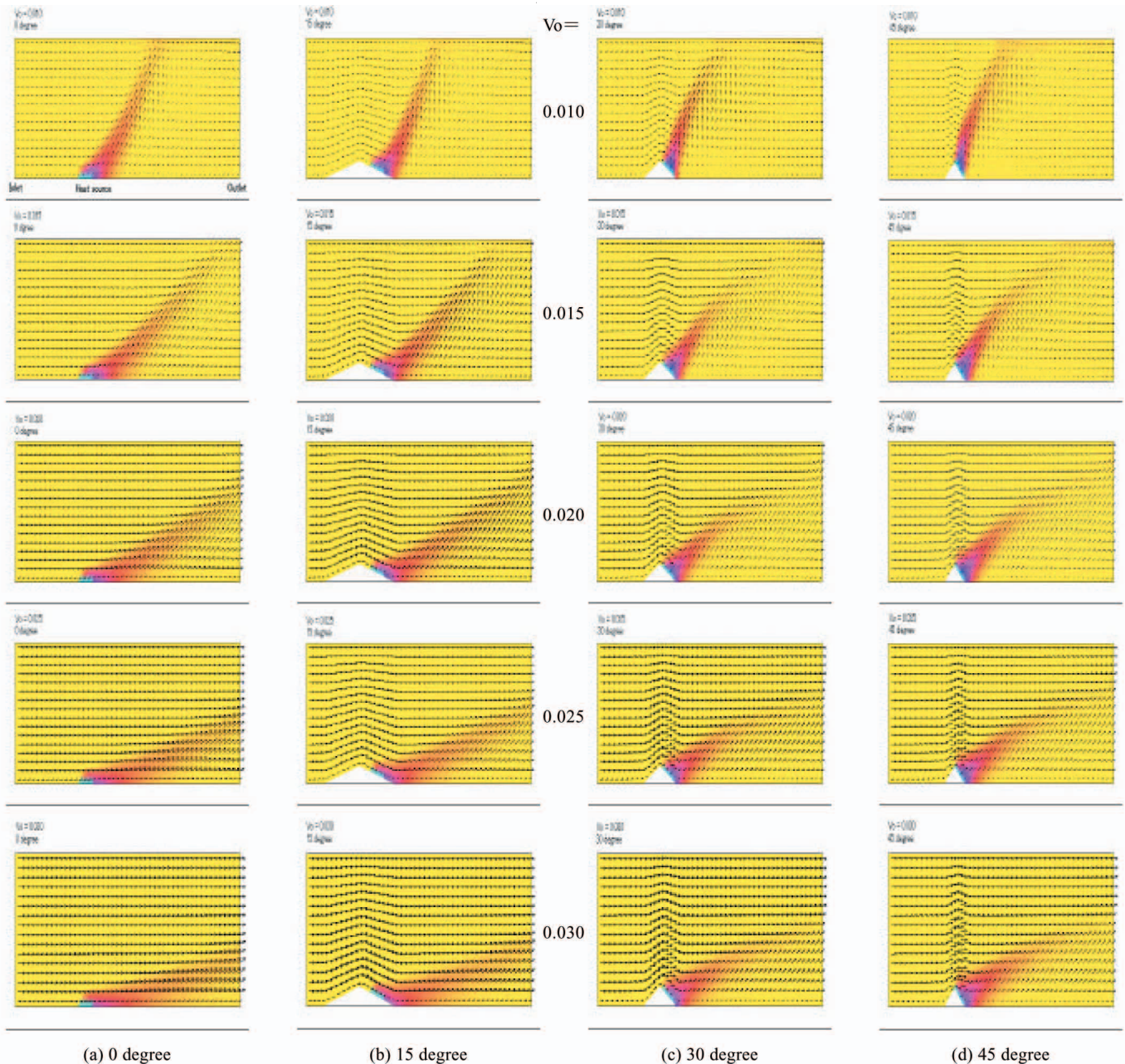


Fig. 2 Velocity and temperature profiles for slopes of 0, 15, 30, and 45 degree and 0.010, 0.015, 0.020, 0.025, 0.030 approaching velocities. Velocity vector and temperature are indicated by small arrows and color(gray) scale.

3. 解析結果

山の周りの風速分布と熱源からの熱拡散の全体像を可視化したものを Fig. 2 に示す。Figure 2 は熱源のある位置、 $k=9$ のセルでの x - y 面での解析結果である。矢印は速度ベクトルを表し、色の違いは温度のコンターを表している。山の斜度 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ に対してそれぞれ、流入速度 0.010, 0.015, 0.020, 0.025, 0.030 で解析した結果であり、横方向に同一流入速度、縦方向に同一斜度で並べてある。

まず、流入速度が同じ場合で山の斜度が違う場合を見てみると、山の斜度が大きいほど、上昇流の立ち上がりの部分の仰角が大きくなっているのがわかる。しかし、山から十分に離れたところだけを見ればそれほど大きな違いは見られず、上昇流の仰角は、山の斜度に関わらず同じである。このことから、風の影の効果は上昇流の立ち上がりの部分のみに影響を与えていて、

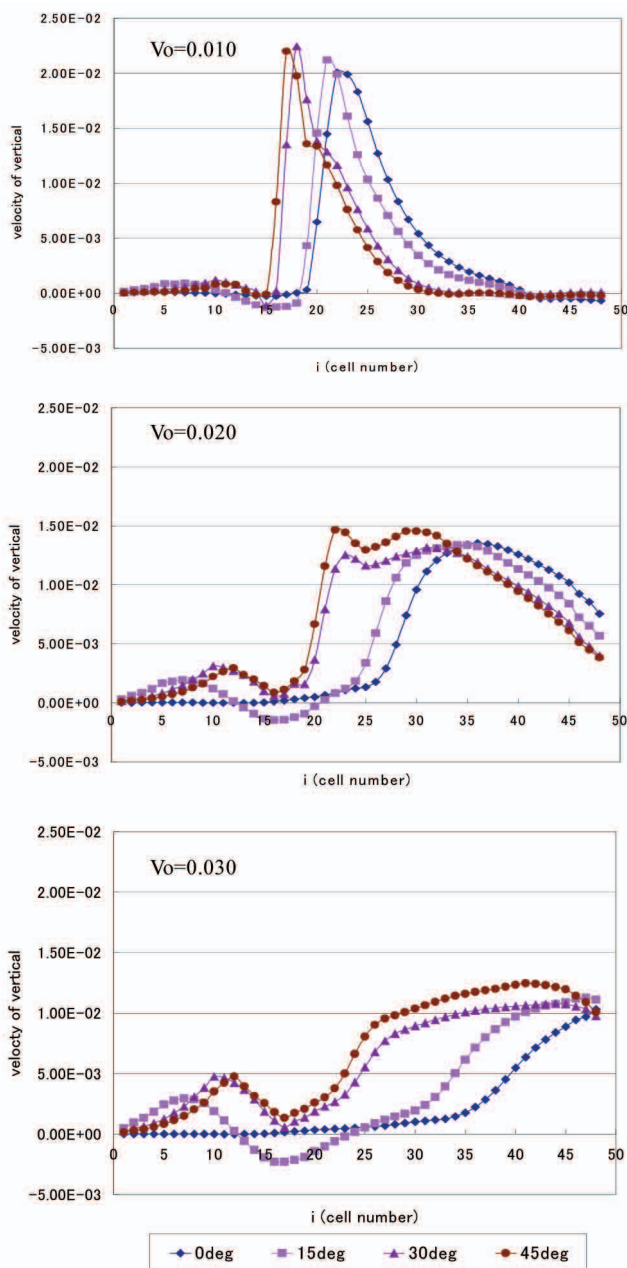


Fig. 3 Vertical velocity profiles in the $x(i)$ direction for slopes of 0,15,30,and 45 degree.

山から十分離れたところには影響が少ないことがわかる。

次に、山の斜度が同じで流入速度が変わる場合を見てみると、風速が強くなるに従って、上昇流は風に流される割合が大きくなっていくのがわかる。また、風速が変わっても、山の斜度が大きいほど上昇流の立ち上がりが強くなっていることがわかる。

次に斜度の違いによって上昇流の位置および強さがどう変わるのを見るため、Fig. 3 に流入速度 0.010, 0.020, 0.030 対して、横軸に i 方向の距離 (セル数)、縦軸に $j=5, k=9$ のセルでの速度の鉛直成分をとってプロットした図を示す。

まず、Fig. 3 から、流入速度が 0.010, 0.020, 0.030 に対して $j=5$ の高さにおける斜度 45° の場合での上昇流のもっとも強い値としてそれぞれ、 2.25×10^{-2} , 1.50×10^{-2} , 1.25×10^{-2} が得られた。この値を、想定した (2.3 参照) 実現象での値に置き換えると、流入風速が 2.5, 5.0, 7.5m/s に対して、高度 2250m での上昇流はそれぞれ、5.6, 3.8, 3.1m/s となる。この値は実現象では非常に稀なほどの強さであると言えるが、これは、本研究が静水圧平衡を考慮していないからだと考えられる。また、実際の大気では上空に気温の逆転層があるため、上昇が制限されるが、本研究ではそれも考慮していないことも原因の一つだと考えられる。

Figure 3 全体を見ると、まずここで注目したいのは、流入速度が同じ場合、上昇流の強さのピークは山の斜度に関わらずほぼ同じであるということである。つまり、風の影の効果は、上昇流の強さそのものには影響を与えていないということが言える。また、ここでも流入速度の大きさに関わらず、山の斜度が高いほど上昇流が流されにくいことがわかる。

4. 考察

4.1 解析結果に関する考察

今回の数値解析結果では、熱上昇流の強さは山の斜度にはほと

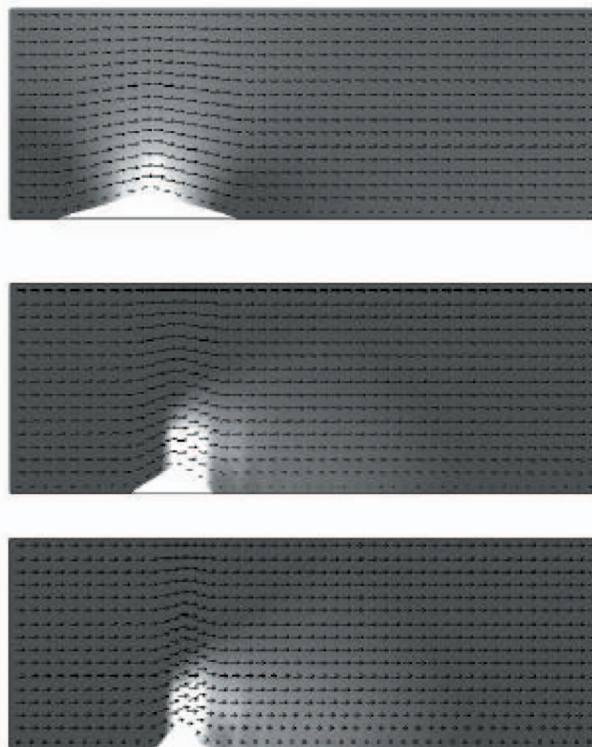


Fig. 4 Velocity and pressure profiles in the $x(i)$ direction at $k=9$ for 15,30,and 45degree slopes.

んど影響されないことが示された。これは、山の斜面があることによって背景風の流線は当然変化するが、それによって上昇流に何らかの鉛直方向の力が加わったり、また熱源周辺の温度に影響を与えていない事を意味している。

一方、上昇流の位置は山の存在とその傾斜に大きく依存することが示された。山がない場合に比べ、山がある場合および山の斜度が大きいほど、上昇流の位置が上流側になることが結果からわかった。これは山の斜度の違いによって背景風の流れるパターンが変わるためだと考えられる。それを確認するために、熱源を入れないモデルを用いて同様の計算を行った。その結果を Fig. 4 に示す。Figure 4 は上から斜度 15°, 30°, 45° のそれぞれに対し、流入速度 0.020 の条件で熱源をいれずに計算を行い、圧力をコンターで、速度をベクトルで示したものである。圧力のコンターは色が薄い方が低圧である。Figure 4 を見ると、全ての斜度において山頂部では低圧になっている。これはベルヌーイの定理からも明らかである。次に斜度 15° では圧力、速度共に山の風下側と風上側で同じ値になっていることがわかる。それに対し、斜度 30°, 45° においては山の風下側は、風上側に比べ、低圧、低速となっている。この淀み部分、いわゆる風の影での水平方向の速度が小さくなることが、上昇流の位置が上流側になる原因であると考えられる。一方、山がない場合および斜度 15° においてはこの淀みの部分がなく、それらの場合は風が山に沿って流れるため、風の影が形成されず、上昇流が下流へ流されると結論できる。

4.2 本研究のモデルの妥当性について

本研究では一般的なパソコンを利用して比較的簡単にできる解析を目指したという事もあり、実際の気象をかなり簡略化したモデルによる数値計算結果であることに注意しなければならない。ここでは、今回の簡略化モデルの適用限界や妥当性について考察する。

まず、今回のモデルでは実大気の大気鉛直構造を支配する静水圧平衡を考慮していない点に注意する。つまり、大気の状態が鉛

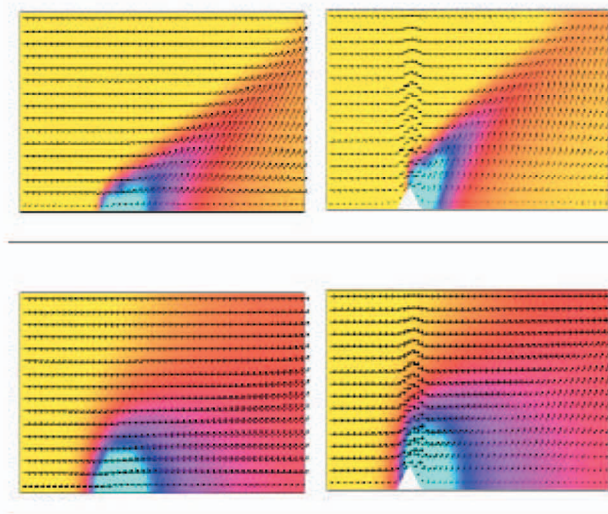


Fig. 5 Velocity and temperature profiles for the 0-equation model. Upper and lower panels indicate the profiles calculated with diffusion coefficients of 10 and 100 times higher than the case of Fig. 2. Left and right panels show the cases of 0 and 45 degree slopes, respectively.

直方向に一様であるという仮定の元での計算を行っている。実大気における熱上昇流は、上空に移動するにつれて断熱膨張により温度が低下し浮力が弱まる。本モデルではこの点が考慮されていないため、実現現象での上昇流速度は今回得られた結果より弱くなるはずである。しかし、快晴時の大気下層のように大気背景場鉛直構造が乾燥断熱減率で上空に向けて気温が下がっているような場合には、本モデルでも実現現象を良く再現できると考えられる。そのような気象条件は、スカイスポーツには好条件であり、今回の計算は本研究の目的に適ったものである。また、本研究では乱流運動を考慮していない。今回使用した CFD2000 には乱流計算をいれた標準 k-ε モデルでの計算も組み込まれているが、パソコンを用いた解析では、計算時間があまりにも膨大となり、現実的な計算は不可能である。そのため、本研究では層流での解析を行ったが、その結果と乱流を考慮に入れた計算結果の違いを比較するため、もっとも簡単な乱流計算モデル、0-equation モデルを用いた計算を行ってみた。これは、本研究での計算に用いられるエネルギーの拡散係数を 10 倍および 100 倍にし、それに対応する定数を最適値にして計算を行ったものである。その結果を Fig. 5 に示す。上段、下段はそれぞれ拡散係数が 10 倍、100 倍の計算結果であり、左が山がない場合、右が斜度 45° の場合である。流入速度は 0.020 で統一してある。Figure 5 から、拡散係数が違うと上昇流の強さや熱の伝達が違う事がわかる。従って、本研究で得られた計算結果は、乱流運動がある実現現象に比べエネルギーの拡散が遅く、上昇流の速度等の定量的な値を正確に再現しているとは言えない。しかし、拡散係数が違って山傾斜があることによって、上昇流の位置が上流側になっている事も Fig. 5 からわかる。この事から、本研究の目的である、山の傾斜がその風下側での熱上昇流に対して与える影響について、層流での計算でもその影響が乱流の場合と同じように現れることが確認できた。

乱流を考慮した風の影についての数値解析を行った他の例として、藤本ら(1984)の研究⁹⁾があげられる。彼らは丘陵地帯を越える風の 2 次元解析を行い、山の風下に渦が形成される様子を再現した。彼らの結果に対し、本研究では山の風下によみ部分(Fig. 4 参照)が形成されており、これも弱い渦だと考えられる。このことから、本研究の結果が山を越える気流の流れを、定性的にはあるが、再現できているといえる。

5. 結論

本研究で行った解析結果から、風の影の効果と熱上昇流に関して以下のような特徴を確認することができた。

- (1)山の風下側斜面が日射などで十分熱せられた場合、風の影の効果により有効な熱上昇流が発生する。
- (2)山の斜度が高いほど、その風下側斜面から発生する熱上昇流は立ち上がりの仰角が大きくなり、その結果、上昇流全体が風に流される度合いが少なくなる。
- (3)山の斜度が変わることでの影響は、山の周囲の限られた範囲であり、山から十分離れた場所では上昇流の仰角は山の斜度にかかわらず、ほぼ同じである。
- (4)山の高さが同じであっても、風の影の効果は等しいわけではなく、山の斜度が重要なファクターとなっている。

以上のような特徴が本研究で得られたわけだが、中でも、山の高さが等しくても、斜度の違いによって、風の影の効果が違

ってくるということは非常に興味深いことである。また、数値流体解析をグライダーをはじめとするスカイスポーツにおいて実用的なスケールに適用し、実現象に十分に近いと言える値が出たことも本研究で得られた有用な結果であると言える。ただし、本研究はパソコンレベルでの解析を試みたものであり、実際の大气に比べかなり簡略化されたモデルを用いている、そのため、実現象への適用には注意が必要である。しかし、今回のように層流計算や 0-equation モデルを用いても、ある程度まで現象を再現できるという事もわかった。これも本研究で得られた成果のひとつであると言える。

本研究では 2 次元な流れの様子を見るためだけの単純なモデルでの解析となったが、さまざまな形状の 3 次元モデルを用いた解析を行うことも重要であると考えられる。実現象では山は 3 次元であり、周辺を流れる気流は鉛直方向のみでなく、水平方向にも広がり、山を回り込んでくる流れをつくる。そのような場合にも風の影の効果の有無やその特性を確認するためにも、今後 3 次元モデルを用いた解析が重要となるだろう。

謝辞

本研究において、流体力学および数値解析についてご助言を賜りました航空宇宙学科助教授・平岡克巳先生、総合教育センター助教授・立花義裕先生、ならびに数値解析にあたってご協力いただいた総合情報センター・活田和典氏に謝意を表します。

参考文献

- 1) 近藤 裕昭：人間空間の気象学，朝倉書店，2001.
- 2) 村上 周三：CFD による建築・都市の環境工学設計，東京大学出版会，2000.
- 3) 栗原和夫：non-hydrostatic model による二次元山岳波の simulation，天気，31，687-694，日本気象学会，1984
- 4) T,Bradbury：Meteorology and Flight，SAITA，1996.
- 5) ADAPTIVE-RESEARCH 社：CFD2000 Version3 User's Guide 和訳マニュアル，B，C，(有)フルイドテクノロジー，1999.
- 6) 藤本 盛久，大熊 武司，田村 哲郎：S.G.S モデルによる丘陵地周辺の乱流解析，第 8 回風工学シンポジウム，1984