

粘土の $\log(t)$ ならびに \dot{e} 型構成式による一次元圧密解析

白子博明*1・杉山 太宏*2・中村智昭*3・赤石勝*4

One-dimensional consolidation analysis based on $\log(t)$ and \dot{e} soil models

by

Hiroaki SHIRAKO, Motohiro SUGIYAMA, Tomoaki NAKAMURA, and Masaru AKAISHI

(Received on Sept., 19, 2003 & accepted on Nov., 26, 2003)

Abstract

Two types of secondary compression model are examined by numerical analyses for one-dimensional consolidation. By comparison with calculated results, it is found that the two models exhibit completely the same consolidation behavior. In order to explain secondary compression behavior, most studies have used numerous rheological models expressed by the logarithm of time. Although these models called $\log(t)$ models are widely used, it is reported that a major difficulty is encountered with the $\log(t)$ models when the origin of time must be defined. To avoid such a problem regarding the starting time of secondary compression, some researchers recommend the use of the \dot{e} model because void ratio rate is not a relative quantity but an absolute one. However, it may be very difficult, if not, impossible to precisely incorporate the \dot{e} model with a one-dimensional consolidation equation expressed by the excess pore pressure. This paper described a new analytical method for introducing \dot{e} models into Mikasa's consolidation equation. The validity of the assumption used in the analysis is examined and the limitations of the above two models are discussed.

Keywords: One-dimensional consolidation, Secondary compression, Clay, Finite difference method

1. 緒 言

標準圧密試験を実施すると、ほとんどの粘性土で二次圧密が観察される。二次圧密は時間の対数に比例するので二次圧密を圧密時間の関数として表現する構成式が多い。¹⁾ 一次圧密終了後に観測される二次圧密は時間の対数に比例するが、一次圧密中に発揮される二次圧密挙動については明確にされていない。一次圧密中に発生していると推測される二次圧密を分離測定出来ないためである。しかし、多くの二次圧密に関する研究で一次圧密中に発揮される二次圧密も時間の対数に比例すると仮定している。^{1), 2), 3)} Bjerrum の遅延圧縮の概念図では、堆積以来二次圧密は継続していると仮定されるが、標準圧密試験における新たな圧密荷重増分により時間の対数に比例して発生する二次圧密の時間原点をどのように仮定するか、 $\log(t)$ 型二次圧密モデルの課題とされている。^{1), 3), 4), 5)} また、標準圧密試験における載荷時間間隔を変化させた場合、前の載荷段階における二次圧密と次の載荷段階で新たに発生する二次圧密の関係も明らかにされていない。⁶⁾

最近 $\log(t)$ 型二次圧密モデルの問題点を避けるためか、二次圧密モデルに関する研究は、従来の $\log(t)$ 型から \dot{e} 型に集中しているようである。⁷⁾ しかし、 \dot{e} 型構成式を採用した場合、一次元圧密支配方程式自身が与える \dot{e} との関連をどのように解釈するか、新たな課題が存在する。精緻な \dot{e} 型の構成式を採

用しても、圧密方程式を解く時点で合理的でない解釈や仮定が導入されては問題である。⁸⁾ $\log(t)$ 型あるいは \dot{e} 型構成式を一次元圧密解析に利用する場合、それら構成式の特徴や限界を明確にする必要がある。

この報告で著者らは、従来の $\log(t)$ 型構成式ならびに \dot{e} 型構成式による二次圧密を含む一次元圧密解析との比較から、一次元圧密中に発生する二次圧密挙動ならびに構成式による一次元圧密解析結果の差異を検討する。

2. 一次元圧密方程式と二次圧密モデル

一次元圧密方程式 (1) は、連続条件式とダルシー則から誘導される。

$$\frac{\partial e}{\partial t} (= \dot{e}_p + \dot{e}_s) = (1 + e_0) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

ここに、 e は間隙比、下付添え字 0 は初期状態を表し、 t は時間、 y は圧密層内の位置、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積重量、 u は過剰間隙水圧である。この報告では、間隙比速度 \dot{e} を一次圧密速度 \dot{e}_p と二次圧密速度 \dot{e}_s の和として表す。

二次圧密を含む一次元圧密解析における従来型と呼ばれる $\log(t)$ 型構成式は、式 (2) で表される。

$$e = e_0 - C_c^* \cdot \log(\sigma / \sigma_0) - C_a \cdot \log(t / t_0) \quad (2)$$

*1 備建設企画コンサルタント土質技術部部长

*2 工学部土木工学科助教授

*3 工学研究科土木工学専攻博士課程前期

*4 工学部土木工学科教授

ここに、 C_c^* は一次圧密量で定義する圧縮指数、 σ は鉛直有効応力、 C_a は間隙比で定義した二次圧密係数、時間 t_0 は圧密層内各点の圧密開始時間であり、時間 t_0 以降で二次圧密が発生すると仮定する。時間 t は t_0 以降の圧密経過時間であり、圧密層全体の圧密経過時間ではない。二次圧密は t_0 以前より発生しており、二次圧密発生開始時間を明確にできないことが、log(t)型構成式の欠点とされている。また、この報告では有効応力を示すダッシュを省略する。

式(2)より

$$\dot{e}_F = -\frac{0.434 C_c^*}{\sigma} \dot{\sigma} = -m_F \cdot \dot{\sigma} \quad (3)$$

$$\dot{e}_S = -\frac{0.434 C_a}{t} = -m_S \quad (4)$$

が得られる。係数 m_F と m_S を導入し表現を単純化した。

式(3)と(4)を式(1)に代入すれば、二次圧密を考慮した一次元圧密方程式(5)が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + m_S / m_F \quad (5)$$

ここに、 $c_v (= k(1+e_0)/\gamma_w)/m_F$ である。右辺第二項は、二次圧密による過剰間隙水圧増加分を表す。

陽的差分法により一次元圧密方程式(5)は、式(6)で表される。

$$\Delta u_{j,t+\Delta t} = M \cdot (u_{j-\Delta y,t} - 2 \cdot u_{j,t} + u_{j+\Delta y,t}) + m_S \cdot \Delta t / m_F \quad (6)$$

ここに、 $M = c_v \cdot \Delta t / y^2 \leq 1/2$ である。

二次圧密を含む一次元圧密における \dot{e} 型構成式として式(7)の関口と式(8)の今井の研究がよく知られている。^{9), 10)}

$$e = e_0 - C_c^* \cdot \log(\sigma/\sigma_0) + C_a \cdot \log(\dot{e}/\dot{e}_0) \quad (7)$$

$$e = e_0 - C_c^* \cdot \log(\sigma/\sigma_0) - C_a \cdot \log(\dot{e}/\dot{e}_{24}) \quad (8)$$

ここに、 \dot{e}_{24} は、圧密開始24時間後の間隙比速度、 \dot{e}_0 は、圧密開始時あるいは一次圧密終了時における間隙比速度が設定されるが、次章で検討する。

一次圧密終了後は、二次圧密のみ発生するため $\dot{e} = \dot{e}_S$ である。式(2)のように圧密時間 t を含まない両式(7)と(8)は、間隙比速度の比を導入することにより一次圧密終了後、時間の対数にほぼ比例する二次圧密を表現するものと思われる。しかし、 \dot{e} が採用されているため両式では、一次圧密中に発生する二次圧密挙動は明確にされない。

式(7)と式(8)の \dot{e} は、それぞれ式(9)と式(10)で表現される。

$$\dot{e} = \dot{e}_0 \cdot 10^{-\chi / C_a} \quad (9)$$

$$\dot{e} = \dot{e}_{24} \cdot 10^{\chi / C_a} \quad (10)$$

ここに、 $\chi = e_0 - C_c^* \cdot \log(\sigma/\sigma_0) - e$ である。

\dot{e} 型の両構成式と過剰間隙水圧に関する一次元圧密方程式(1)を結合した差分法による一次元圧密解析は、容易ではない。構成式と一次元圧密方程式の両者が \dot{e} を与えるため、式(6)のように Δt 時間後の過剰間隙水圧を厳密には計算できない。そこでこの報告では、 \dot{e} 型の構成式を三笠のひずみに関する一次元圧密方程式(11)とリンクさせて二次圧密を含む一次元圧密解析を検討する。¹¹⁾

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \quad (11)$$

ここに、 ε は一次元圧密量、鉛直 (= 体積) ひずみである。

式(11)の誘導過程には、式(1)と異なり圧密中圧密荷重一定という仮定が含まれていない。変動荷重に対しては、排水面に接する境界値を変動させることで対応する。¹¹⁾ 二次圧密のような時間依存性のひずみの影響は、圧密荷重の変化と等価であり、弾粘塑性有限要素解析において粘性ひずみ成分をそれと等価な外力成分として加えるのと同じである。排水面に接する土要素(境界値)に関して $e \sim \sigma \sim \dot{e}$ の固有の関係を利用する。¹²⁾

陽的差分法により一次元圧密方程式(11)は、式(12)で表される。

$$\Delta \varepsilon_{j+\Delta t} = M \cdot (\varepsilon_{j-\Delta y,t} - 2 \cdot \varepsilon_{j,t} + \varepsilon_{j+\Delta y,t}) \quad (12)$$

検討する構成式と一次元圧密方程式を整理すると過剰間隙水圧に関する一次元圧密方程式(5)、(6)：

$$\log(t) \text{ 型の構成式 (2), (4)}$$

ひずみに関する一次元圧密方程式(11)、(12)：

$$\dot{e} \text{ 型の構成式 (7), (8)}$$

である。

3. 計算結果と考察

(1) 計算条件とプログラムチェック

式(13)と式(14)に示す境界・初期条件で陽的差分法による一次元圧密解析を実施した。計算に用いた土質定数をTable 1に示した。載荷直前の二次圧密速度に関係する \dot{e}_0 として式(15)を用いた。

$$\left. \begin{aligned} & \text{式(6)に対して} \\ & u(y=0, t>0) = 0 \\ & u(H \geq y \geq 0, t=0) = u_c (= \Delta \sigma) \\ & \partial u / \partial y (y=H, t>0) = 0 \\ & \dot{e}_S (H \geq y \geq 0, t=0) = \dot{e}_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{式(12)に対して} \\ & \varepsilon(y=0, t>0) = - \int \frac{\dot{e}}{1+e_0} dt \\ & \varepsilon(H \geq y \geq 0, t=0) = 0 \\ & \partial \varepsilon / \partial y (y=H, t>0) = 0 \\ & \dot{\varepsilon} (H \geq y \geq 0, t=0) = - \dot{e}_0 / (1+e_0) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\dot{e}_0 = \alpha \cdot \dot{e}_{24} \quad (15)$$

ここに、 H は最大排水距離、 u_0 は初期過剰間隙水圧、 α は土の二次圧密特性に依存する定数である。

Cc^+	c_u	C_u	e_0 注)
(cm/min ²)			
1.5	0.1	0.05	3

注) $\sigma_0=39.2$ kPaにおける e_0

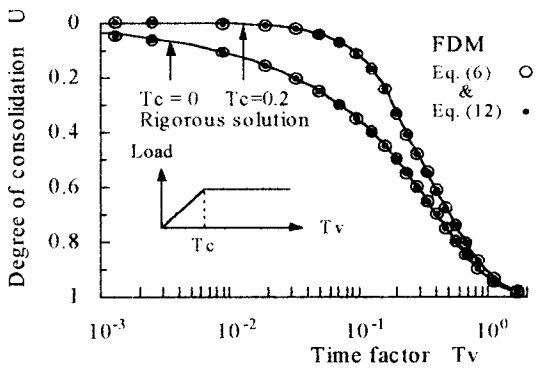


Fig.1 $U \sim Tv$ relations

そこでこの報告では、圧密前の圧密層内各点に二次圧密が発生しており、圧密開始後は新たに発生する二次圧密に含まれると仮定した。しかし、式(15) \dot{e}_0 の仮定は、本報告の検討結果にほとんど影響しない。

陽的差分法による一次元圧密解析に利用した BASIC プログラムのチェックのため、瞬間載荷と漸増載荷条件で圧密度と時間係数の関係を計算し Fig.1 に示した。図中実線は Terzaghi(瞬間載荷)と Olson(時間係数 $Tc=0.2$ までの定率漸増載荷)の厳密解、白丸印は式(6)、黒丸印は式(12)に対する差分法(FDM)による計算結果である。¹³⁾ 一次圧密だけを対象とした計算結果であるが、厳密解と差分法による計算結果がよく一致していることを確認できる。

(2) $y/H=0$ における e と \dot{e}_s の経時変化

排水面 ($y/H=0$) における圧密速度、あるいは透水係数無限大の土の間隙比速度 \dot{e} から各構成式の違いを検討する。ここでは構成式のみによる計算ため圧密方程式の違いは影響しない。

排水面に接する土要素($y/H=0$)における圧密量の経時変化を Fig.2 に示した。初期間隙比は3であるが、排水面では圧密開始直後に一次圧密が終了し、空隙比は2.55付近まで低下する。式(9)では、圧密量とその経時変化は、 \dot{e}_0 の大きさに依存する。 \dot{e}_0 の大きさは、土によって異なり実験によって決定すべきで値であるが、Fig.2 では \dot{e}_{24} の α 倍の値 $10^2 \sim 3.5 \cdot 10^5$ 倍の範囲に設定して計算している。係数 α を大きくとれば、 $y/H=0$ における圧密量は圧密開始当初より時間の対数に比例する。図から明らかのように、時間の対数に比例する二次圧密を仮定した式(4)は、式(15)の係数 α を $3.5 \cdot 10^5$ とした場合とほぼ同じ計算結果になる。 α の値を小さく設定するほど圧密開始当初

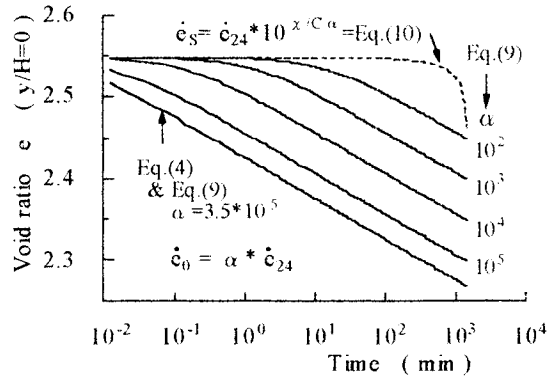


Fig.2 Void ratio and time curves ($y/H=0$)

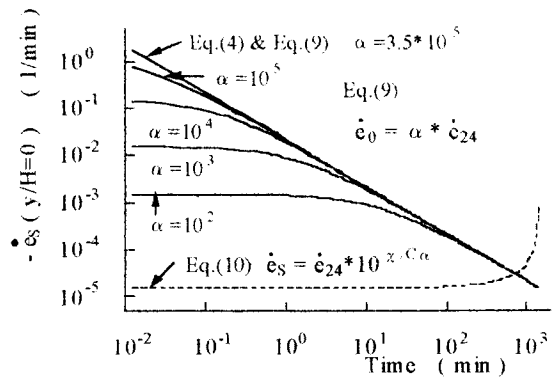


Fig.3 Void ratio rate and time curves ($y/H=0$)

の二次圧密の発生は小さい。

$\alpha = 10^2$ の場合、圧密開始当初の二次圧密速度が小さく、圧密時間 100 分以降で圧密量が時間の対数に比例する。しかし、100 分以降では \dot{e}_0 の大きさ、あるいは α の値によらず計算に用いた C_u に等しい大きさの二次圧密が計算されている。

式(10)の今井の構成式では圧密開始当初に発生する二次圧密は極めて小さく、圧密時間 1000 分近くで圧密量が急激に増加する。式(10)では時間の対数に比例する二次圧密を再現できない。式(10)は、24 時間圧密時の \dot{e}_s を式(8)の分母に用いているため、二次圧密は時間の対数に比例しないと考えられる。圧密時間 1000 分頃から二次圧密が、急激に増加する特殊な挙動を示すため、以後この報告の検討から除外する。

Fig.3 に $y/H=0$ における土要素の二次圧密速度 \dot{e}_s の経時変化を示した。式(4)からも明らかなように時間の対数に比例する二次圧密を再現するには、 \dot{e}_s が時間の対数に比例して減少する必要がある。多くの圧密試験で一次圧密終了後の二次圧密は、時間の対数に比例することは確認されているが、一次圧密中の二次圧密挙動は明らかにされていない。一次圧密中の二次圧密を分離測定出来ないためである。式(4)による計算結果のように圧密開始当初から時間の対数に比例する二次圧密を再現するには、式(9)の \dot{e}_0 値を十分大きくすればよいことが、Fig.3 から確認しうる。

(3) 圧密量-時間曲線

Fig.4 に示す圧密量-時間曲線は、 $\log(t)$ 型の構成式(2)と間隙水圧に関する圧密方程式(5)による計算結果を白丸印実線、 e_0 型の構成式(7)とひずみに関する圧密方程式(11)

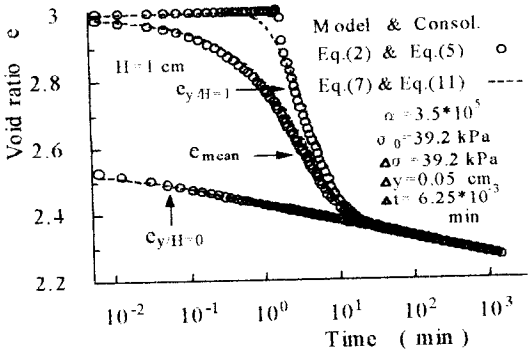


Fig.4 Consolidation time curves due to Eq.(2) and Eq.(7)

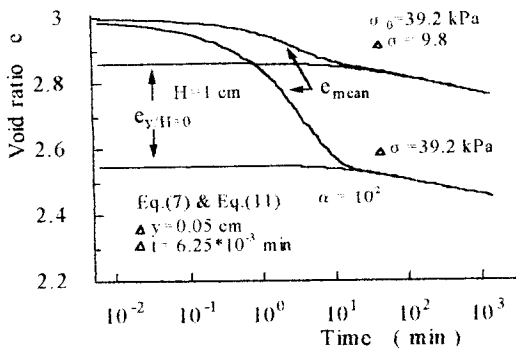


Fig. 5 Consolidation time curves (1) based on $\dot{\epsilon}$ model

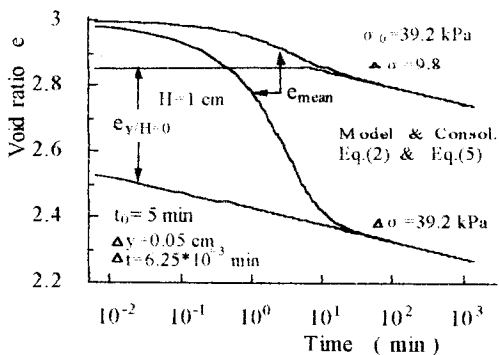


Fig. 6 Consolidation time curves (1) based on log(t) model

による計算結果を破線で示している。差分法による時間増分 $\Delta t (=6.25 \cdot 10^{-3} \text{ min})$ に等しい圧密開始時間から、 $y/H=0$ すなわち排水面に接する土要素の圧密量が時間の対数に比例するように係数 α の値を $3.5 \cdot 10^5$ に設定している。圧密開始当初の圧密量-時間曲線に構成式による差が若干認められるが、全体的には構成式ならびに圧密方程式の違いによる大きな差は、計算結果に認められない。また、 $y/H=0$ と $y/H=1$ の圧密量ならびに平均圧密量(e_{mean})の大きさは、圧密量が時間の対数に比例して発生する二次圧密領域で等しくなっており、いずれの構成式でも計算に用いた C_u に大きさの等しい二次圧密が計算されている。

$\dot{\epsilon}$ 型の構成式で圧密荷重増分を変化させて計算した圧密量-時間曲線を Fig. 5 に示した。係数 $\alpha = 10^2$ に設定しているため、

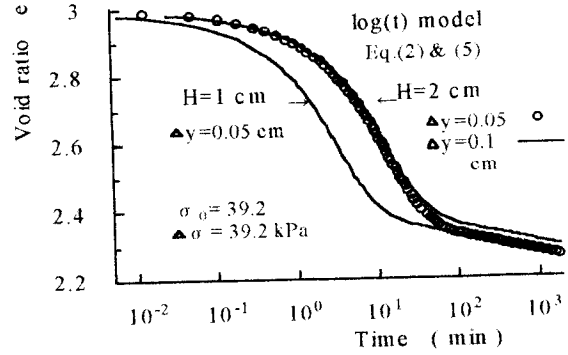


Fig.7 Consolidation time curves (2) based on log(t) model

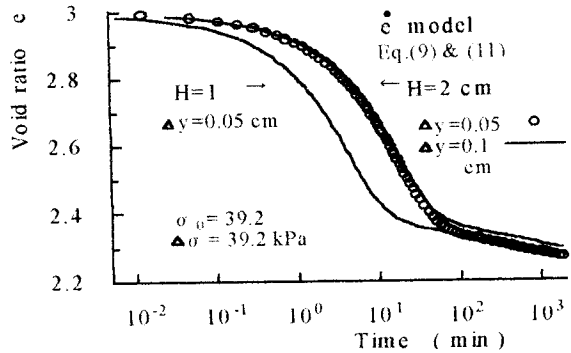


Fig.8 Consolidation time curves (2) based on $\dot{\epsilon}$ model

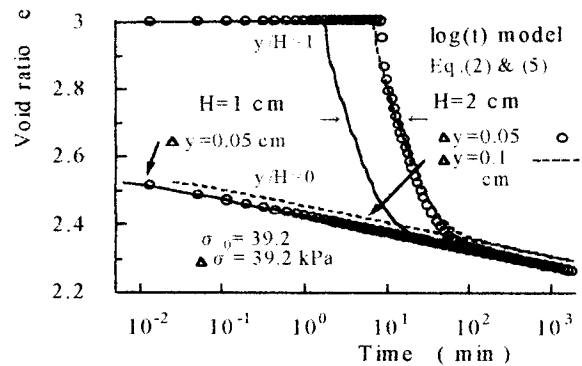


Fig. 9 Consolidation time curves (3) based on log(t) model ($y/H=0$ & $y/H=1$)

圧密時間 10 分頃まで二次圧密がほとんど生じない。 $\dot{\epsilon}_0$ による二次圧密は含まれているが、圧密量に反映される量は無視できる大きさである。また、圧密荷重増分が小さくなると、一次圧密中に発生する二次圧密量が小さくなり圧密量-時間曲線の形状が影響を受ける。類似の計算は、log(t)型構成式でも計算可能である。圧密開始 5 分($t_0=5$)後から二次圧密が発生すると仮定した場合の計算結果が Fig. 6 である。Fig. 5 も同様に二次圧密と荷重増分比の減少に伴う圧密量-時間曲線の形状変化が顕著である。一次圧密中に発生する二次圧密量挙動と荷重増分比の影響を明らかにすることで圧密量-時間曲線の形状変化を説明しうる可能性が推測される。

(4) 最大排水距離 H の変化

Fig.7 と Fig.8 は、土供試体の最大排水距離 H を 1cm と 2cm にした場合の $\log(t)$ 型と $\dot{\epsilon}$ 型それぞれの構成式によって計算した圧密量-時間曲線である。両図は構成式と圧密方程式によらずほぼ同じ圧密量-時間曲線になった。 H が変化しても差分法による計算の格子点間隔 Δy を等しくすれば、二次圧密領域における圧密量の大きさは等しくなる。 H が変化した場合、格子点数を等しくし Δy の異なる圧密量-時間曲線は、平行移動型となる。すなわち、式 (2) と (7) の両構成式による圧密量-時間曲線の計算結果は、差分法による計算条件、格子点数の影響を受ける。

Fig.7 の計算結果から $y/H=0$ (排水面) と $y/H=1$ (非排水面) における圧密量の経時変化を示したのが、Fig.9 である。Fig.9 に示した $\log(t)$ 型構成式による H の異なる $y/H=0$ における圧密量-時間曲線は、 Δy が異なると圧密計算の開始時間の大きさが変化し、その位置が影響を受ける。計算結果を示さないが、 $\dot{\epsilon}$ モデルでも同じ計算結果が得られる。両モデルでは、圧密時間が大きくなると、圧密層内各点の圧密量が $y/H=0$ のそれに等しくなるため平行移動型の圧密量-時間曲線が計算される。

4. 結言

二次圧密に関する構成式で従来型と呼ばれる $\log(t)$ 型と $\dot{\epsilon}$ 型の構成式と陽的差分法による二次圧密を含む一次元圧密解析法による計算結果の差異について検討した。得られた結果を要約すると次のようである。

- 1) 圧密前後の二次圧密を含む一次元圧密解析が、 $\log(t)$ 型と $\dot{\epsilon}$ 型の構成式のいずれでも可能であり、ほぼ同じ計算結果が得られる。
- 2) $\dot{\epsilon}$ 型の構成式による一次圧密中の二次圧密挙動は、式に含まれる $\dot{\epsilon}_0$ の大きさに依存する。 $\dot{\epsilon}_0$ の大きさを十分大きく設定すれば、 $\log(t)$ 型の構成式と同じように一次圧密中から時間の対数に比例する二次圧密を再現可能である。 $\dot{\epsilon}_0$ を小さく設定すると一次圧密終了頃までに発生する二次圧密は極めて小さくなる。
- 3) $\log(t)$ 型ならびに $\dot{\epsilon}_s$ 型の構成式による二次圧密を含む一次元圧密解析は、ほぼ同じになる。いずれの解析結果でも二次圧密領域で圧密層内各点における圧密量の大きさは等しい。ひずみあるいは間隙水圧と一次元圧密方程式が違っても、圧密量-時間曲線の計算結果に有意な差は認められない。
- 4) $\dot{\epsilon}$ 型の構成式は、 $\dot{\epsilon}_0$ の大きさに関する係数の α 値によって、一次圧密中の二次圧密挙動が変化するため、圧密荷重増分比の変化による圧密量-時間曲線の形状変化を説明可能である。 $\log(t)$ 型の構成式も二次圧密の発生を圧密開始時でなくその後、ある圧密時間経過後と仮定することによって $\dot{\epsilon}$ 型と類似の圧密挙動を計算可能である。
- 5) $\log(t)$ 型ならびに $\dot{\epsilon}$ 型の構成式による最大排水距離 H の異なる圧密量-時間曲線の計算結果は、差分法による計算条件、格子点数の影響を受ける。

複雑な地層構成の軟弱地盤の一次元圧密解析に二次圧密を考慮した構成式を用いる場合、有限要素法や本報告で採用した差分法などの数値解法が必要となる。しかし、差分法では格子点

数、有限要素法では要素数や時間増分の取り方によって、解析結果が影響される。構成式に関する研究成果を実際問題に適用するには、数値解析法の影響に関する検討が今後に残された課題と思われる。

参考文献

- 1) Leroueil, S. et al : Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays, *Geotechnique*, Vol.35, No.2, pp.159-180, 1985.
- 2) Mesri, G. and Rokhsar, A. : Theory of consolidation for clays, *Proc. of ASCE*, Vol.100, No.GT8, pp.889-904, 1974.
- 3) Murakami, Y. : Effect of loading duration on results of one-dimensional consolidation tests, *Soils and Foundations*, Vol.17, No.4, pp.59-69, 1977.
- 4) Bjerrum, L. : Engineering geology of Norwegian normally consolidated marine clays as related to settlements of buildings, *Geotechnique*, Vol.17, pp.81-118, 1967.
- 5) Nash, D. : Modeling the effects of surcharge to reduce long term settlement of reclamations over soft clays : a numerical case study, *Soils and Foundations*, Vol.41, No.5, pp.1-13, 2001.
- 6) 安川郁夫, 嘉門雅史 : 粘性土の二次圧密における荷重条件, *土質工学会論文報告集*, Vol.27, No.2, pp.93-106, 1987.
- 7) 今井五郎 : 粘性土の圧密機構, わかりやすい土質力学原論, (社)土質工学会, pp.45-91, 1987.
- 8) Hawley, J.G. and Borin, D.L. : A unified theory for consolidation of clays, *Proc.8thICSMFE*, Vol.1, pp.107-119, 1981.
- 9) Sekiguchi, H. and Torihara, M. : Theory of one dimensional consolidation of clays with consideration of their rheological properties, *Soils and Foundations*, Vol.16, No.1, pp.27-44, 1976.
- 10) Imai, G. and Tang, Y. : A constitutive equation of one-dimensional consolidation derived from inter-connected tests, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.2, pp.83-96, 1992.
- 11) 三笠正人 : 軟弱地盤の圧密, 鹿島研究所出版会, pp.3-19, 1963.
- 12) 今井五郎 : アイソタック則に基づく圧密理論とその適用法, 圧密沈下予測の新しい考え方と手法講習会講演資料 (社)地盤工学会, pp.79-102, 2003.
- 13) Olson, R.E. : Consolidation under time dependent loading, *Proc. of ASCE*, Vol.103, No.GT1, pp.55-60, 1976.