

# 小型車両用シートのアクティブサスペンション (官能評価値に影響する因子の検討)

鈴木康範<sup>\*1</sup>・神尾敬介<sup>\*1</sup>・勝又宏行<sup>\*2</sup>・押野谷康雄<sup>\*3</sup>  
石橋一久<sup>\*4</sup>・尾崎晃一<sup>\*5</sup>・荻野弘彦<sup>\*3</sup>

## Active Seat Suspension for Small Vehicle (Examination of Factors Affecting Sensory Evaluation Value)

by

Yasunori SUZUKI, Keisuke KAMIO, Hiroyuki KATSUMATA, Yasuo OSHINOYA  
Kazuhisa ISHIBASHI, Koichi OZAKI and Hirohiko OGINO

(Received on September 30, 2005 & accepted on February 10, 2006)

### Abstract

A small active seat suspension has been designed and manufactured for a one-seat electric vehicle. Our aim was to develop a vibration-isolation system for the driver's seat suspension using active control. However, the evaluation of ride comfort while the electric vehicle was running has depended on subjective judgement by drivers. Thus, it is necessary to evaluate the correlation of subjective judgement with objective judgement based on physical values, i.e., vibrations. In this study, we performed a sensory evaluation of ride comfort. In addition, the factors affecting the sensory evaluation value were examined by multiple regression analysis. As a result, we confirmed that the largeness and smallness of vibration influence the quality of ride comfort more than the hardness and softness of ride comfort.

**Keywords:** Seat suspension, Ride comfort, Subjective judgement, Electric vehicle, Multiple regression analysis

### 1. はじめに

高齢化が進展している我が国において、高齢者の自立した日常生活および社会生活確保の重要性が増大してきており、その前提の一つとして、高齢者の交通手段に対する利便性および安全性の向上が課題となってきた。高齢者の使用に適した移動具の一連の研究が鎌田ら<sup>1)~3)</sup>によって報告されており、小型車両が高齢者にとって望ましい移動具であることが結論づけられている。さらに鎌田らは高齢者の生活・身体特性と運転特性の関連性を報告している<sup>4)</sup>。小型車両の走行性能の検討に関しては永井ら<sup>5)</sup>が行っているが、駆動力等の検討が中心であり、操作性等の検討はなされていない。

小型車両は、通常の乗用車と異なり、細い道、舗装されていない、いわゆる悪路などへの頻繁な乗り入れが生じる。このような道には段差、小さな障害物が多数路面上にあり、車両の乗り心地劣化が予想される。そこで当研究グループでは、この問題を解決するために、小型電気自動車に適合するアクティブシートサスペンションを提案し、システムの基本制御性能の実現性を確認している<sup>6)~7)</sup>。また、車両の乗り心地性能の向上を考

えた場合、これまでの検討のようなシート座面の振動加速度の低減だけではなく、運転者の乗り心地感覚から得られた官能評価値に基づく評価が必要となる。そこで、乗り心地性能評価値として設定していた計測物理量と官能評価値との比較を行い、提案しているシートサスペンションの乗り心地評価基準の定量化に関する実験的検討も行っている<sup>8)</sup>。

一方、乗り心地評価において従来の「快-不快」といった1次元的な評価ではなく、乗り心地をさらに詳細な感覚領域に分解し、多次元に扱う試みがなされているが<sup>9)</sup>、小型車両による検討はほとんどないのが現状である。また、快適性向上の要求のため、乗り心地評価の研究が多数報告されているが、その多くが乗用車・大型車を対象とした研究である<sup>10)</sup>。しかし、小型車両は特に、ばね上質量が軽いため乗り心地に影響する振動特性が乗用車・大型車とはかなり異なっている。そこで本報告では、提案しているシートサスペンションを用いて、小型車両による運転者の官能評価値に対する評価因子の検討を行った。

### 2. アクティブシートサスペンション

試験車両として用いた小型電気自動車を Fig.1 に示す。また、これまでに提案している座席部搭載のアクティブシートサスペンション装置を Fig.2 に示す。着座部はアルミ板(長さ:478mm, 幅:295mm, 厚さ:10mm)を使用し、4本のコイルスプリング

\*1 工学研究科機械工学専攻博士課程前期  
\*2 工学部動力機械工学科  
\*3 工学部動力機械工学科助教  
\*4 第二工学部機械工学科教授  
\*5 工学部動力機械工学科教授



Fig. 1 Photograph of electric vehicle.

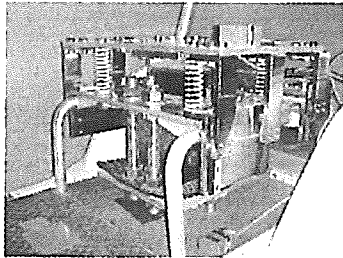


Fig.2 Photograph of experimental apparatus of active seat suspension.

によって支えられリニアスライダにより上下振動のみに拘束している。制御用アクチュエータには、高精度・高速制御の得られやすいボイスコイルモータ（VCM）を採用した。これによりダイレクトドライブ、メンテナンスフリーとなるメリットがある。車両ならびにボイスコイルモータの仕様は以下の通りである（小型電気自動車：トヨタ車体制エブリデーコムス BASIC、車両総重量：325kg、全長：1935mm、全幅：955mm、全高：1600mm、軸距：1280mm、輪距：前輪：840mm、後輪：815mm、ボイスコイルモータ：昭和電線電纜製 VCM18-150S ADE TYPE 3、ストローク：19mm、有効ストローク：18mm、推力定数：32N/A、定格推力：150N 以上、最大推力：220N 以上、定格電流：約 5.2A、本体重量：16.3kg）。

シートサスペンションのフィードバック制御システムを Fig.3 に示す。制御に用いるシート座面の絶対変位、絶対速度は図の加速度ピックアップ 1 からの信号をコンピュータ内でデジタル積分することで検出し、入力外乱に相当する床面の絶対変位、絶対速度は加速度ピックアップ 2 からの信号をデジタル積分することによって検出している。さらにボイスコイルモータに流れる電流を検出し、これらの観測量を用いて制御電圧をコンピュータで計算し、ボイスコイルモータを駆動して制御力を発生する。また、クッション等を用いておらずシート座面の振動が直接運転者に伝達されるとし、運転者とシートは一体に運動すると仮定した。本報告では基礎的な検討を行うために、車体床面から上部を制御対象とした 1 自由度システムとしてモデル化を行った<sup>7)</sup>。

本報告では、乗り心地改善のためのアクティブ制御として最適フィードバック制御、フィードフォワード併合最適制御、外乱相殺制御の 3 種類を適用する。紙面の都合上、数学モデルの記述は省略する（詳しくは文献 7) 参照）。

### 3. 制御実験

#### 3.1 実験装置諸元

シート表面上に加わる運転者の体重は、足がペダル等に接触

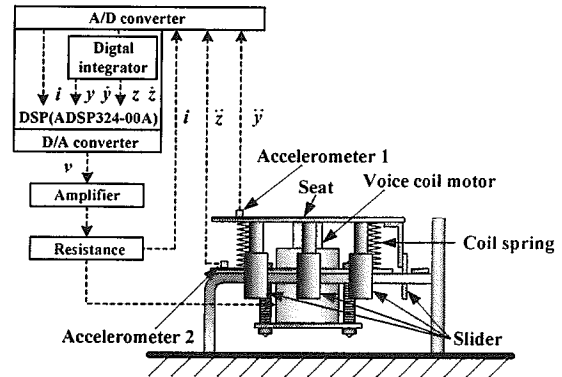


Fig.3 Active seat suspension control system.

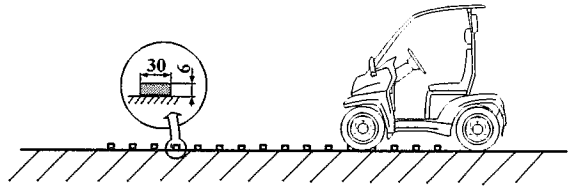


Fig. 4 Test road.

していることによってその約 80~90%となる。また、リニアスライダの摩擦等を含めた見かけの減衰力、アクチュエータの推力定数等を測定するために、シート単体（VCM 装着済み）に対して性能評価実験を行った。実験装置の諸元を以下に示す。なお、以下に示した記号は文献<sup>7)</sup>で使用しているものである。

$m =$  運転者質量  $\text{kg} \times 0.85 + 18 \text{ kg}$  (シート質量),  $k = 42500 \text{ N/m}$ ,  
 $c = 350 \text{ Ns/m}$ ,  $K = 35.3 \text{ N/A}$ ,  $R = 3.8 \ \Omega$ ,  $L = 2.7 \text{ mH}$ ,  $T_s = 0.001 \text{ s}$ .

#### 3.2 試験路面と車速

一般に、乗り心地に影響する振動は上下方向に関して 4~8Hz の加速度が大きく作用するということが ISO2631 など<sup>11), 12)</sup>によって提示されている。そこで、走行路として Fig.4 に示すように車両の進行方向に、硬質ゴム製障害物（幅 30 mm、高さ 6 mm、長さ 150 mm）を 180mm の等間隔で並べ、車体の共振周波数を含めた 4~8Hz の振動が路面から入力される走行速度(3.3km/h)で実験を行った。

#### 3.3 試験車両

著者らが提案しているアクティブシートサスペンションに、パッシブ制御、フィードバック制御、フィードフォワード制御、外乱相殺制御の 4 通りの制御手法を適用した。今回これらの異なる制御手法を用いた理由は、今後周波数領域での制御性能の検討を行うためである。ただし、本実験では運転者に対しては加速度振幅のみが異なる次の 4 種類の試験車両（A 車両：パッシブ制御、B 車両：フィードバック制御、C 車両：フィードフォワード制御、D 車両：外乱相殺制御）として準備することにした。制御手法の違いにより、シート座面の振動を自由に変更することができる。そこで、上下方向のシート座面絶対加速度の最大振幅が A 車両 > B 車両  $\approx$  C 車両 > D 車両となるように制御系設計パラメータを決定した。なお、B 車両  $\approx$  C 車両は運転者の評価能力を確認する目的で設定した。

Table 1 Average and standard deviation of drivers data.

	Average	Standard deviation
Age	23	1.26
Weight [kg]	63.8	8.30
Height [m]	1.73	$6.30 \times 10^{-2}$

Table 2 Item and standard of subjective judgement.

Quality of riding comfort						
-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
bad						good
extremely	very	somewhat	neither	somewhat	very	extremely
Bigness and smallness of vibration						
-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
big						small
extremely	very	somewhat	neither	somewhat	very	extremely
Hardness and softness of riding comfort						
-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
soft						hard
extremely	very	somewhat	neither	somewhat	very	extremely

Table 3 Mean degree of preference.

	Quality of riding comfort (y)	Bigness and smallness of vibration (x <sub>1</sub> )	Hardness and softness of riding comfort (x <sub>2</sub> )
Vehicle A	-1.23	-1.15	-0.25
Vehicle B	$0.75 \times 10^{-2}$	0.10	-0.45
Vehicle C	-0.10	-0.15	-0.13
Vehicle D	1.25	1.20	0.83

#### 4. 官能評価

##### 4.1 官能評価に対する検討

官能評価には、一般消費者を対象にした嗜好調査でもよく用いられるシェッフェの対比較法(浦の変法)を用いる<sup>8)</sup>。運転者は、4 車両の全ての組み合わせにおいて両方の順序の対である計 12 セットの走行実験をランダムに行い、各評価項目に対して一回ずつ評価する。運転者は 5 名とし、5 名の年齢、体重、身長、平均値と標準偏差を Table 1 に示す。また、Table 2 に示す 3 種類の評価項目について、運転者は走行実験を行い各セットを +3 ~ -3 点の 7 段階の尺度で評価した。本報告では、評価点から計算した平均嗜好度を官能評価値として扱い、Table 3 にまとめた。Table 3 に示した総合的な乗り心地の評価項目である「乗り心地の良悪」の官能評価値を用いて乗り心地評価を行い、結果を Fig. 5 にまとめた。この官能評価値は値が大きいほど乗り心地が良いことを意味する。従って Fig. 5 より、官能評価値を比較すると、A 車両、C 車両、B 車両、D 車両の順に乗り心地が良くなるという結果となった。この評価値が有意であるか検定した結果、「乗り心地の良悪」の官能評価値は 1% 有意であった。また、制御手法間に差があるか検討するために、各制御手法における官能評価値の差の信頼区間を検定した結果、C 車両と B 車両の間には差があるとは言えないことが確認でき、上記の結果は妥当であると言える。

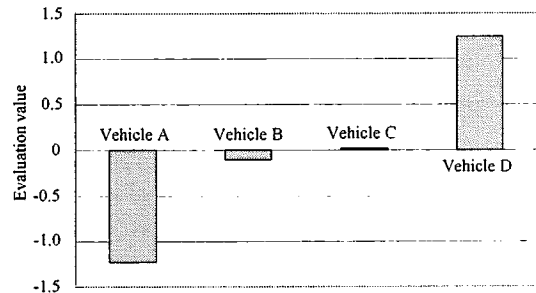


Fig. 5 Evaluation value.

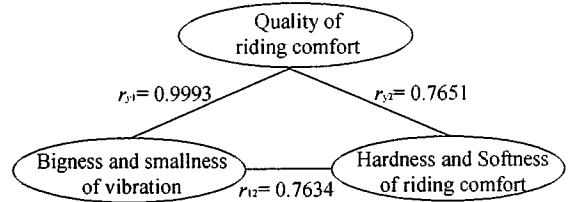


Fig. 6 Correlation coefficient.

##### 4.2 乗り心地の良悪に影響する因子に対する検討

「乗り心地の良悪」に影響する因子を検討するため、「振動の大小」と「乗り心地の柔硬」を挙げ、Table 3 にまとめた各官能評価値を用いて重回帰分析を行った。その際、「乗り心地の良悪」を目的変数  $y$ 、「振動の大小」と「乗り心地の柔硬」を説明変数  $x_1$ ,  $x_2$  として以下の重回帰式を作成する。

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_0 \quad (1)$$

Table 3 にまとめた各評価値を用いて偏回帰係数  $a_1$ ,  $a_2$  を計算すると以下ようになる(算出方法は、付録の式(付 6)~式(付 12)、式(付 16)参照)。

$$a_1 = 1.0443, \quad a_2 = 0.099, \quad a_0 = 0$$

従って、重回帰式は以下ようになる。

$$y = 1.0443x_1 + 0.099x_2 \quad (2)$$

さらに、各変数を平均 0、分散 1 に標準化した場合の重回帰式を以下のように定義する。

$$y' = a_1' x_1' + a_2' x_2' \quad (3)$$

よって、付録の式(付 17)より標準偏回帰係数  $a_1'$ ,  $a_2'$  を計算すると以下のようになり、

$$a_1' = 0.994, \quad a_2' = 0.006$$

標準化された重回帰式は以下となる。

$$y' = 0.994x_1' + 0.006x_2' \quad (4)$$

従って、標準偏回帰係数を比較すると 0.994 (振動の大小) > 0.006 (乗り心地の柔硬) となり、「乗り心地の良悪」に影響する因子は、「乗り心地の柔硬」と比べ「振動の大小」の方が大きく影響する傾向があることを確認した。

また、Fig. 6 に変数相互に対する相関図(相関係数)を示す(算出方法は、付録の式(付 13)、式(付 14)参照)。Fig. 6 の相関図においても、「乗り心地の良悪」に対する「振動の大小」の相関係数  $r_{11}$  は 0.9993、「乗り心地の柔硬」の相関係数  $r_{12}$  は 0.7651 であるため、「乗り心地の柔硬」と比べ「振動の大小」の方が相関が高く、「乗り心地の良悪」に影響することが考えられる。

##### 4.3 重回帰式の分析精度に対する検討

今回算出した式(2)の重回帰式の分析精度を確かめるために、

Table 4 Experimental value, predicted value and residual.

	$y$	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$
Vehicle A	-1.23	-1.20	$-0.22 \times 10^{-1}$
Vehicle B	$0.75 \times 10^{-2}$	$0.99 \times 10^{-1}$	$-0.25 \times 10^{-1}$
Vehicle C	-0.10	-0.16	$0.58 \times 10^{-1}$
Vehicle D	1.25	1.26	$-0.11 \times 10^{-1}$
total	0	0	10

Table 5 Analysis of variance.

	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	Variance ratio
Main effect	$S_M=3.08$	3	1.03	$F_R=334.8$
Regression	$S_R=3.07$	2	1.54	
Error	$S_E=0.46 \times 10^{-2}$	1	$0.46 \times 10^{-2}$	

決定係数を算出し検討を行う。決定係数とは、一般的に1に近いと精度が良いことを示す(付録(重回帰式の分析精度)参照)。本報告のように、サンプル数である試験車両数4台と説明変数2種類との差が2であり、その差が小さい場合は決定係数が1に近くなる傾向がある。しかし、これはあくまで見かけのあてはまりが良くなることで、必ずしもモデルの分析精度が十分良いわけではない。このように決定係数は、サンプル数や説明変数の数に影響されるのでその点を考慮した自由度修正済みの決定係数を用いて分析精度を検討した。その結果、自由度修正済みの決定係数は $R^2=0.9955$ となり1に非常に近いため分析精度は良いと考えられる(算出方法は、付録の式(付19)参照)。また、実際に得られた評価点から計算した「乗り心地の良悪(y)」の官能評価値を実測値、「振動の大小( $x_1$ )」、「乗り心地の柔硬( $x_2$ )」の官能評価値を式(2)に代入し求めた予測値( $\hat{y}$ )、それらの残差( $y - \hat{y}$ )をTable 4にまとめ、Fig. 7に実測値と予測値の散布図を示す。Fig. 7より実測値と予測値の散布図は直線上にプロットされていることから、重回帰式の精度が良いことが分かる。

しかし、運転者数(被験者数)が5人と少ないために、この重回帰式の信頼度が懸念される。そこで、決定係数の検定を行った。まず、回帰平方和と残差平方和の不偏分散を求めた。また、回帰平方和と残差平方和の分散比を求め、これらを分散分析表としてTable 5にまとめた。分散比 $F_R$ がF分布の点から選択した値以上であれば有意であると言える。重回帰式全体に対する分散比 $F_R$ は334.8であり、回帰平方和の自由度2と残差平方和の自由度1に対するF分布の5%点<sup>13)</sup>は199.5であることから、今回算出した決定係数は5%有意であった。よって今回作成した式(2)の重回帰式は分析精度が良いと考えられる。

## 5. まとめ

本報告では、小型車両用シートサスペンションを用いて、A車両(パッシブ制御)、B車両(フィードバック制御)、C車両(フィードフォワード制御)、D車両(外乱相殺制御)による実車走行試験ならびに官能評価を実施した。そして、「乗り心地の良悪」に影響する因子として、「振動の大小」、「乗り心地の柔硬」をあげて重回帰分析を行った。その結果、「振動の大小」が「乗り心地の柔硬」に比べ乗り心地の良悪に大きく影響していることが確認できた。従って、本研究で用いているような小型車両

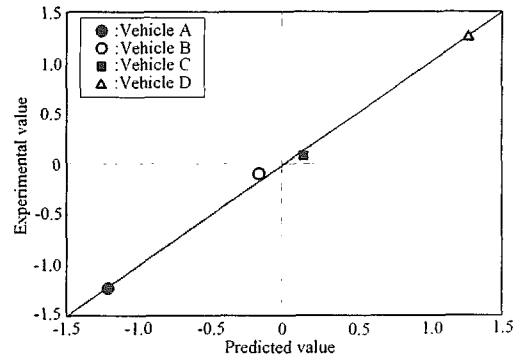


Fig. 7 Scatter diagram of experimental value and predicted value.

に対しては、特に振動を小さくすることにより乗り心地評価の向上につながる事が明らかとなった。なお、本実験ではサンプル数の少なさを官能評価手法で補う方策をとったが、実際にはサンプル数の不足が生じた。また、室内実験という制約があり上下方向振動の運転者暴露時間の不足も生じた。さらに、性別、体型、年齢などの個人差も考慮しておらず、これらに関しては今後の検討課題である。

## 謝辞

本研究に際して、東海大学学部生・大槻篤志氏、川北貴文氏に多大な協力を得た。ここに感謝の意を表する。

## 参考文献

- 1) 鎌田, 藤井, 秋山: 高齢者の使用に適した移動具の研究(第1報 高齢者の特性調査とそれに基づく移動具への要求機能の検討), 日本機械学会論文集 C, 68-665, (2002), pp.220-227.
- 2) 鎌田, 畷田, 寺島, 藤井, 秋山: 高齢者の使用に適した移動具の研究(第2報 シルバービークルコンセプトの提案とプロトタイプ製作・評価), 日本機械学会論文集 C, 68-669, (2002), pp.1487-1494.
- 3) 鎌田, 寺島, 藤井, 秋山: 高齢者の使用に適した移動具の研究(第3報 タウンモビリティ社会実験による提案コンセプトの評価とまちづくりの方向性), 日本機械学会論文集 C, 68-669, (2002), pp.1495-1502.
- 4) 小竹, 細川, 宇治, 鎌田: 運転者の運転特性とその背景要因に関する研究(第1報 高齢者の生活・身体特性と運転特性の関連性), 日本機械学会論文集 C, 71-709, (2005), pp.124-131.
- 5) 永井ら: 車輪・サスペンション系の動特性を考慮した電気自動車のトラクションコントロール, 磁力関連のダイナミックスシンポジウム講演論文集, Vol.13, (2001), pp.513-516.
- 6) 阿部, 新井, 押野谷, 石橋: 能動型シートサスペンションによる乗り心地改善(小型電気自動車を用いた基礎的考察), 日本機械学会2002年度年次大会講演会論文集, Vol.7, No.02-1, (2002), pp.175-176.
- 7) 押野谷, 鈴木, 石橋: ボイスコイルモータを用いた小型車両用シートの制御(外乱相殺制御を用いた実験的考察), 日本応用磁気学会誌, Vol.29, No.3, (2005), pp.332-337.
- 8) 押野谷, 鈴木, 石橋: 官能評価に基づく小型車両用シート

サスペンションの乗り心地評価, 東海大学紀要工学部, Vol.44, No.1, (2004), pp.83-90.

- 9) 武井, 石黒: 乗員の官能評価にもとづく乗り心地評価, 豊田中央研究所 R&D レビュー, Vol.30, No.3, (1995), pp.47-56.
- 10) 長谷川: 大型トラックの乗り心地評価について, 日産ディーゼル技報, Vol.49, (1987), pp.16-20.
- 11) I.S.O : Guide for the Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration, No.ISO-2631-1978(e).
- 12) Janeway, R.N.: *Human Vibration Tolerance Criteria and Application to Ride Evaluation* : SAE Tech.Pap.Ser., No.750166, (1975), p.24.
- 13) 例えば, 民, 多変量解析の実践(上), (1993), 現代数学社

付録

乗り心地評価因子の理論的構成

Table A-1 のように1つの目的変数  $y$  と  $p$  個の説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_p$  について,  $n$  個のサンプルデータが測定されたとする。

ただし本報告では, 目的変数  $y$  は総合的な乗り心地の評価項目である「乗り心地の良悪」の官能評価値  $y$ , 説明変数は, 「振動の大小」と「乗り心地の柔硬」の官能評価値  $x_1, x_2$  の2つ( $p=2$ )であり, サンプルデータは, パッシブ制御, 最適フィードバック制御, フィードフォワード併合最適制御, 外乱相殺制御を適用した4種類の試験車両( $n=4$ )とする。また, Table A-1 は, 本論文 Table 3 に相当する。

求める重回帰式を次式のように定義する。

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_px_p + a_0 \tag{付1}$$

$i$  番目サンプルデータの予測値を  $\hat{y}_i$  とすると,  $\hat{y}_i$  は次のようになる。

$$\hat{y}_i = a_1x_{i1} + a_2x_{i2} + \dots + a_px_{ip} + a_0 \tag{付2}$$

Table A-1

Sample	Variabl	$x_1$	$x_2$	...	$x_j$	...	$x_p$	$y$
1		$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1j}$	...	$x_{1p}$	$y_1$
2		$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2j}$	...	$x_{2p}$	$y_2$
:		:	:		:		:	:
$i$		$x_{i1}$	$x_{i2}$	...	$x_{ij}$	...	$x_{ip}$	$y_i$
:		:	:		:		:	:
$n$		$x_{n1}$	$x_{n2}$	...	$x_{nj}$	...	$x_{np}$	$y_n$

$i$  番目サンプルデータの残差  $e_i$  は次式であり,

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \tag{付3}$$

残差平方和  $S_E$  は次式によって表される。

$$S_E = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - (a_1x_{i1} + a_2x_{i2} + \dots + a_px_{ip} + a_0) \right\}^2 \tag{付4}$$

この式において, 残差平方和  $S_E$  を最小にするような  $a_1, a_2, \dots, a_p, a_0$  を求める。残差平方和  $S_E$  が最小となるための係数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$  は,  $S_E$  を  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$  で偏微分してゼロとおき, 式(付5)で示す( $p+1$ )元の連立方程式を作り, これを解くことによって導く。

$$\begin{cases} a_0n + a_1 \sum x_{i1} + a_2 \sum x_{i2} + \dots + a_p \sum x_{ip} = \sum y_i \\ a_0 \sum x_{i1} + a_1 \sum x_{ij}x_{i1} + a_2 \sum x_{ij}x_{i2} + \dots + a_p \sum x_{ij}x_{ip} = \sum x_{i1}y_i \\ a_0 \sum x_{i1} + a_1 \sum x_{i2}x_{i1} + a_2 \sum x_{i2}x_{i2} + \dots + a_p \sum x_{i2}x_{ip} = \sum x_{i2}y_i \\ \vdots \\ a_0 \sum x_{ij} + a_1 \sum x_{ij}x_{i1} + a_2 \sum x_{ij}x_{i2} + \dots + a_p \sum x_{ij}x_{ip} = \sum x_{ij}y_i \\ \vdots \\ a_0 \sum x_{ip} + a_1 \sum x_{ip}x_{i1} + a_2 \sum x_{ip}x_{i2} + \dots + a_p \sum x_{ip}x_{ip} = \sum x_{ip}y_i \end{cases}$$

(付5)

ここで, 各変数の基本統計量を次のように定義する。

平均

目的変数  $y$  の平均を  $\bar{y}$ , 説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_p$  の平均を  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_j, \bar{x}_p$  とする。

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \tag{付6}$$

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} \tag{付7}$$

偏差平方和

目的変数  $y$  の偏差平方和を  $S_{yy}$  とおくと,  $S_{yy}$  は次式によって求められる。

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \tag{付8}$$

説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_p$  における偏差平方和を  $S_{11}, S_{22}, \dots, S_{jj}, \dots, S_{pp}$  とおくと,  $j$  番目変数の偏差平方和  $S_{jj}$  は次式で求められる。

$$S_{jj} = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \tag{付9}$$

積和

目的変数  $y$  と  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_p$  との積和を  $S_{y1}, S_{y2}, \dots, S_{yj}, \dots, S_{yp}$  とおくと, 目的変数  $y$  と  $j$  番目変数  $x_j$  との積和  $S_{yj}$  とは, 次式によって求められる。

$$S_{yj} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_{ij} - \bar{x}_j) \tag{付10}$$

平方和・積和行列

説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_p$  において各変数の偏差平方和, 変数相互の積和で作られる行列を平方和・積和行列といい [SS] で表す。

$$[SS] = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{12} & \dots & S_{1k} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & \dots & S_{22} & \dots & S_{2k} & \dots & S_{2p} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{j1} & \dots & S_{j2} & \dots & S_{jk} & \dots & S_{jp} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{p1} & \dots & S_{p2} & \dots & S_{pk} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \tag{付11}$$

ここで,  $j$  行,  $k$  列の要素  $S_{jk}$  は次式によって求められる。

$$S_{jk} = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) \tag{付12}$$

相関係数

目的変数  $y$  と説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_p$  との単相関係数を  $r_{y1}, r_{y2}, \dots, r_{yj}, \dots, r_{yp}$  とおくと,  $y$  と  $j$  番目変数  $x_j$  との

単相関係数  $r_{yj}$  とは、次式によって求められる。

$$r_{yj} = \frac{S_{yj}}{\sqrt{S_{yy} S_{jj}}} \quad (\text{付 13})$$

説明変数  $x_1, x_2, \dots, x_p$  において変数相互の単相関係数  $r_{jk}$  は、式(付 12)を用いて以下のように示す。ただし、 $j < k$  の場合である。

$$r_{jk} = \frac{S_{jk}}{\sqrt{S_{jj} S_{kk}}} \quad (\text{付 14})$$

上記に示した基本統計量を用いて、式(付 5)を整理する。第 1 の両辺を  $n$  で割ると次式となり

$$a_0 = \bar{y} - (a_1 \bar{x}_1 + a_2 \bar{x}_2 + \dots + a_p \bar{x}_p) \quad (\text{付 15})$$

式(付 15)を式(付 5)の第 2 式以降に代入し、式(付 10)と式(付 12)を用いて整理するとすると次式となる。

$$\left[ \begin{array}{cccc} S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \dots + S_{1k}a_k + \dots + S_{1p}a_p & = & S_{y1} \\ S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \dots + S_{2k}a_k + \dots + S_{2p}a_p & = & S_{y2} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{j1}a_1 + S_{j2}a_2 + \dots + S_{jk}a_k + \dots + S_{jp}a_p & = & S_{yj} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{p1}a_1 + S_{p2}a_2 + \dots + S_{pk}a_k + \dots + S_{pp}a_p & = & S_{yp} \end{array} \right] \quad (\text{付 16})$$

よって、式(付 16)の連立方程式を解き定数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$  を求めることにより重回帰式が完成される。

しかし、説明変数のデータ単位のとり方によって、係数の大小を比較しても、どの説明変数が大事なかを明らかにすることは出来ない。そこで、基準化し標準回帰係数を求める（基準値の平均は 0、分散は 1 となる）。 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_p$  の  $j$  番目の標準偏回帰係数は次式で求められる。

$$a'_j = a_j \times \sqrt{\frac{S_{jj}}{S_{yy}}} \quad (\text{付 17})$$

### 重回帰式の分析精度

重回帰分析は、実測値と予測値とが近くなるような関係式の係数を見つける手法であるが、用いる説明変数が目的変数に関係の無いものばかりであれば、予測値を実測値に近づけることは出来ない。そこで、以下に良好な説明変数の選択するために、その基準値となる決定係数の算出し分析精度を確かめる。

$$R^2 = 1 - \frac{S_E}{S_{yy}} \quad (\text{付 18})$$

分析の精度が良ければ残差平方和  $S_E$  は小さくなり  $S_E/S_{yy}$  は 0 に近づくので、 $R^2$  は 1 に近い値となる。また、決定係数を算出する際、サンプルデータ数が  $n$  個、説明変数  $p$  の場合  $n-1$  個は分析できない。さらに、決定係数は、出来るだけ 1 に近いほうが良いが、説明変数の数を増やせば増やすほど、または、サンプル数と説明変数との差が小さいほど 1 に近づく。しかし、これは見かけのあてはまりが良くなることで、必ずしもモデルの分析精度が良いわけではない。決定係数はサンプルデータ数や説明変数の数に影響されるのでその点を考慮した自由度修正済みの決定係数を用いる。算出方法は以下の通りである。

$$R^2 = 1 - \frac{S_E/(n-p-1)}{S_{yy}/(n-1)} \quad (\text{付 19})$$

### 決定係数の検定

以下に決定係数の検定する手順を示す。目的変数の偏差平方和  $S_{yy}$  (式(付 8)) は、残差平方和  $S_E$  (式(付 4)) と回帰平方和  $S_R$  とに分解することができる。

$$S_R = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{付 20})$$

$$S_{yy} = S_R + S_E \quad (\text{付 21})$$

式(付 18)で表される決定係数と式(付 21)の関係より、 $S_E$  が小さく  $S_R$  が大きい場合、決定係数が大きくなる。そこで、 $S_E$  と  $S_R$  を比較するためにそれぞれの平方和を各要素の自由度で割った不偏分散を求め、それらの比の大きさを吟味する。 $S_E, S_R$  の不偏分散ならびに分散比  $F_R$  は以下ようになる。

$$V_E = \frac{S_E}{n-p-1} \quad (\text{付 22})$$

$$V_R = \frac{S_R}{p} \quad (\text{付 23})$$

$$F_R = \frac{V_R}{V_E} \quad (\text{付 24})$$

有意水準  $\alpha$  における  $F$  分布の値  $F_0 = F(p, n-p-1, \alpha)$  を数値表<sup>13)</sup> 求め、 $F_R$  と  $F_0$  の大きさを比較し、 $F_R > F_0$  であった場合、決定係数が有意であり分析精度が良いと考えられる。