

永久磁石の磁場中における薄鋼板の振動特性に関する基礎的研究 (永久磁石間距離に関する検討)

長谷川真也^{*1}・平林浩彰^{*2}・押野谷康雄^{*3}・石橋一久^{*4}・粕谷平和^{*5}

Vibration Characteristics of Thin Steel Plate under Magnetic Field Using Permanent Magnets (Considerations on Distance between Permanent Magnets)

by

Shinya HASEGAWA, Hiroaki HIRABAYASHI,
Yasuo OSHINOYA, Kazuhisa ISHIBASHI and Hirakazu KASUYA

(Received on September 30, 2005 & accepted on January 14, 2006)

Abstract

In the thin steel plates which are used in many industrial products, including automobiles, flaws on the plate surface and peeling during the surface treatment process are induced due to the use of many rollers in the conveyance process. These flaws lead to the deterioration of the quality of the plate surface. To solve this problem, the authors proposed a device for controlled levitation of a rectangular sheet steel by means of a hybrid actuator using five electromagnets and thirty permanent magnets. However, it is necessary to consider the elastic vibration and deflection of a thin steel plate under a magnetic field generated by permanent magnets. In this study, for fundamental consideration of the permanent magnet system, experiments were performed using an elastic steel beam. The attractive force of the permanent magnets, the elastic vibration, and the deflection of the steel plate were calculated by the finite element method.

Keywords : Permanent magnet, Electromagnetic levitation control, Elastic vibration, Steel beam, FEM

1. はじめに

多くの工業製品に広く用いられている薄鋼板は通常ローラなどで接触搬送するため鋼板表面に傷が発生し品質劣化が起こる。この問題を解決するために切り板の磁気浮上制御に関する研究が行われている^{1), 2)}。当研究グループも長方形薄鋼板の磁気浮上制御に関する考察を行い、浮上の実現性や弾性振動抑制効果に関する報告を行っている³⁾。しかし、限られた個数の電磁石では柔軟磁性体ゆえに生じる静的なたわみなどを抑制することができないことから、電磁石を設置していない部分にほぼ等分布となるように永久磁石を配置し、これらの磁力を浮上安定化のために有効利用することを提案している⁴⁾。

一方、高保磁力、高残留磁束密度を有する永久磁石の実用化に伴い、その吸引力や反発力を利用した磁気ばね、磁気ダンパなどの研究^{5)~ 8)}が盛んに行われているが、そのほとんどが非磁性体を対象とした検討である。これに対して当研究グループでは長谷川ら⁹⁾がばねによって懸架された磁性体である剛体鋼板を用いて永久磁石の磁場がシステムの振動に与える影響につい

て報告している。また土屋ら¹⁰⁾は永久磁石の磁場が梁の振動特性に及ぼす影響について検討し、永久磁石吸引力が梁の静的なたわみを抑制するだけでなく、負ばねとして作用することによってシステムの見かけ上のパラメータが変化することなどを報告している。本研究はその続報として永久磁石磁場の相互作用に着目し、2個の永久磁石同士の距離を変化させた場合の柔軟な梁に対する永久磁石吸引力や弾性振動特性に及ぼす影響を考察する。

2. 実験装置と実験方法

本研究では両端自由梁に対する検討を行う目的から、Fig.1の実験装置を使用した。検討対象は長さ 600mm、幅 100mm、厚さ 0.3mm の長方形垂鉛めつき鋼板(材質 SS400)とする。使用する梁は、長手 x 方向に比べて幅 y 方向の寸法が小さいので、幅方向の弾性振動は発生しないものと仮定し、 x 方向のみの弾性振動を対象とする。

この両端自由梁の弾性 1 次モードの節(鋼板中央部から 165.5mm)を Fig.1 に示したように x 方向のみに移動可能なスライダによって支持し、梁中央部に設置した渦電流式非接触変位センサによって梁の静的なたわみからの変動分と梁中央部に 1mm の初期変位を与え、梁を自由振動させた際の時間応答波形

*1 工学研究科機械工学専攻博士課程後期
*2 工学研究科機械工学専攻博士課程前期
*3 工学部動力機械工学科助教授
*4 第二工学部機械工学科教授
*5 工学部動力機械工学科教授

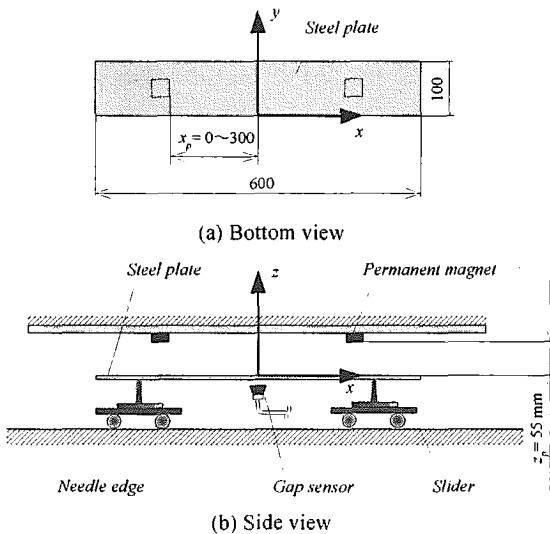


Fig.1 Experimental apparatus.

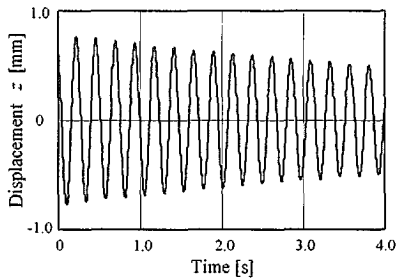


Fig.2 Time history of the steel plate.

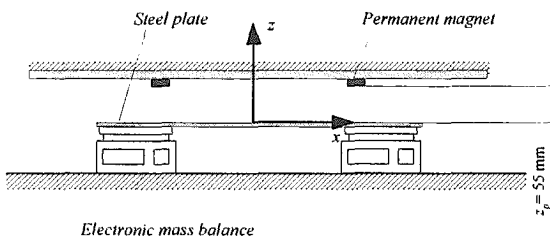


Fig.3 Measuring device for attractive force of permanent magnets.

を測定する。Fig.2にこの時間応答波形の一例を示す。また両端自由梁上部には永久磁石(幅30mm×30mm, 厚さ15mm, 表面磁束密度0.12T)を2個y軸に対称な位置に配置する。本報告では2個の永久磁石は梁表面に対して同極(N極)とした。2個の永久磁石のy軸からの距離 x_p を左右対称に0~300mmまで10mm間隔で変化させ、梁のたわみと弾性振動に与える影響を検討する。梁表面と永久磁石表面の鉛直方向の距離 z_p は55mmとする。

また上述と同様の配置に対して、永久磁石磁場の相互作用による吸引力変化を実験的に確認する。そこでFig.3のように梁を電子秤に載せ、梁本来の自重からの変動分より総吸引力の変化を算出する。

3. 永久磁石磁場下におけるたわみや振動の連成解析

永久磁石吸引力の相互作用を考慮に入れた検討を行うためには、永久磁石磁場下における梁のたわみや弾性振動という磁場

と構造の連成解析を行う必要がある。永久磁石の磁場の相互作用により梁に作用する吸引力が非線形的に変化するためこれらの非線形性を考慮した数学モデルを作成する。この手順をFig.4に示す。はじめに永久磁石の磁場の相互作用を考慮に入れた梁に作用する吸引力を式(8)より計算し、そのときの梁のたわみ量式(10)より算出する。同時に磁場中での梁の振動解析を式(12)にて行い、梁の見かけ上のヤング率を式(13)より計算する。最後に式(15)より梁の見かけ上の減衰係数を求める。次節以降においてこの手順の詳細な説明を行う。

3.1 梁に作用する吸引力の計算

梁に作用する永久磁石の磁束を有限要素法により求める。永久磁石の磁場下におけるMaxwell方程式は次式で表される。

$$\text{rot } H = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } M \quad (1)$$

$$B = \mu H \quad (2)$$

$$\text{div } B = 0 \quad (3)$$

ここで、永久磁石、鋼板、空気などの空間中の分割された各要素における磁界の強さを $H[A/m]$ 、磁束密度を $B[T]$ 、透磁率を $\mu[H/m]$ とする。 μ_0 は真空の透磁率 $[H/m]$ 、 M は永久磁石の磁化である。式(3)を用いて次のような磁気ベクトルポテンシャル A が定義できる。

$$B = \text{rot } A \quad (4)$$

式(4)を式(2)に代入すると

$$H = \frac{1}{\mu} \text{rot } A \quad (5)$$

となり、これを式(1)に代入すると磁場に関する方程式は次式で与えられる。

$$\frac{1}{\mu} \text{rot rot } A = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } M \quad (6)$$

有限要素法を用いて式(6)を空間に対して離散化すると次式のように表される¹¹⁾。

$$\sum_{i=1}^{n_i} \frac{1}{\mu_i} \iiint_{V_i} \text{rot } N \cdot \text{rot } N^T dV_i A_i = \sum_{i=1}^{n_i} \iiint_{V_i} N \cdot \frac{1}{\mu_0} \text{rot } M_i dV_i \quad (7)$$

ここで V を解析領域全体とし、 μ_i と dV_i は n_i 個に分割した解析領域 V の i 番目の要素における透磁率と体積積分を、 A_i と

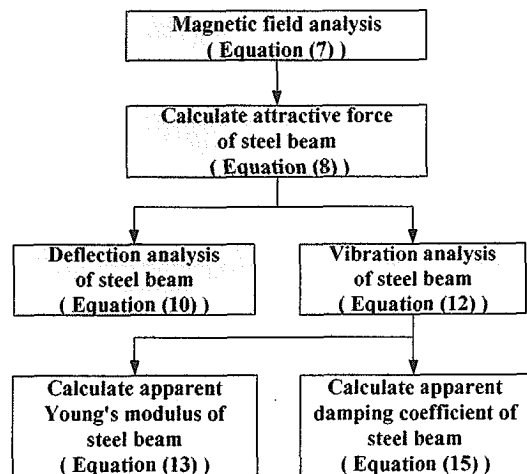


Fig.4 Calculation process of deflection and apparent Young's modulus.

M_i は i 番目の要素における磁気ベクトルポテンシャルと永久磁石の磁化を表し、 N はベクトル補間要素¹¹⁾である。式(7)に ICCG 法¹²⁾を適用することにより A を求め、これを式(4)に代入し磁束密度 B を求める。

次に求めた B から節点力法¹¹⁾を用いて梁全体に作用する永久磁石の吸引力ベクトル f_m を導く。

$$f_m = \sum_{j=1}^{n_j} f_j \quad (8)$$

$$f_j = - \iiint_V (\mathbf{T}_j \cdot \text{grad } s) dV_j$$

$$\mathbf{T}_j = \frac{1}{2\mu} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$

$$T_{11} = B_{jx}^2 - B_{jy}^2 - B_{jz}^2$$

$$T_{22} = B_{jy}^2 - B_{jz}^2 - B_{jx}^2$$

$$T_{33} = B_{jz}^2 - B_{jx}^2 - B_{jy}^2$$

$$T_{12} = T_{21} = 2B_{jx}B_{jy}$$

$$T_{13} = T_{31} = 2B_{jx}B_{jz}$$

$$T_{23} = T_{32} = 2B_{jy}B_{jz}$$

ここで n_j を梁の節点数とすると、 f_j と \mathbf{T}_j は n_j 分割した梁の j 番目の節点における吸引力ベクトルと Maxwell の応力テンソル、 s は形状関数ベクトル¹¹⁾、 B_{jx} 、 B_{jy} 、 B_{jz} はそれぞれ節点 j に働く磁束密度 B_j の x 方向、 y 方向、 z 方向の磁束密度成分を表している。

このように式(8)において永久磁石の吸引力は3次元で算出される。しかしながらたわみ解析と振動解析では梁を2次元問題として扱うため、算出された永久磁石の吸引力を幅方向に全て足し合わせ2次元へと変換し次節以降の計算に用いる。

3.2 永久磁石磁場下の梁のたわみ量の計算

3.1 で導出した吸引力が梁に作用するときの梁のたわみ量を計算する。静的なたわみの方程式は次式によって表される¹³⁾。

$$EI \frac{d^4 z^0}{dx^4} = f_m + \rho g A \quad (9)$$

ここで、 E は梁のヤング率 $[\text{N}/\text{m}^2]$ 、 I は梁の断面2次モーメント $[\text{m}^4]$ 、 z^0 は梁の鉛直方向のたわみ $[\text{m}]$ 、 f_m は式(8)より求めた吸引力を幅方向に足し合わせた2次元梁に作用する単位長さ当たりの吸引力 $[\text{N}/\text{m}]$ 、 ρ は梁の密度 $[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 g は重力加速度 $[\text{m}/\text{s}^2]$ 、 A は梁の断面積 $[\text{m}^2]$ である。上式に有限要素法を適用し空間に対して離散化すると次のように表される¹⁴⁾。

$$EI \sum_{j=1}^{n_j} \int \frac{d^2 k}{dx^2} \frac{d^2 k^T}{dx^2} dx_j z_j^0 = f_m + \sum_{j=1}^{n_j} \rho g A \int k dx_j \quad (10)$$

ここで、 dx_j 、 z_j^0 は梁の j 番目の要素における線積分と静的たわみを表し、 k は要素間のたわみを補間する形状関数ベクトル¹¹⁾である。これより各要素 j のたわみ量 z_j^0 が求められる。本研究では最もたわみの大きい梁中央部のたわみの改善を目的とし、分割数 $n_j=60$ の梁の中央部である $j=30$ の要素のたわみ量 $z_{j=30}^0$ を求めた。

3.3 梁の見かけ上のヤング率の算出

梁の振動解析を行いその振動波形から永久磁石磁場下の見かけ上のヤング率を算出する。梁の運動方程式は次式で表される¹³⁾。

$$\rho A \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{Ch^3}{12} \frac{d}{dt} \frac{d^4 z}{dx^4} + EI \frac{d^4 z}{dx^4} = f_m + \rho g A \quad (11)$$

ここで、 z は梁の振動振幅 $[\text{m}]$ 、 C は内部減衰係数 $[\text{Ns}/\text{m}]$ である。上式を有限要素法によって離散化すると、次式のように表される¹⁴⁾。

$$\rho A \sum_{j=1}^{n_j} \int k k^T dx_j \frac{d^2 z_j}{dt^2} + \frac{Ch^3}{12} \sum_{j=1}^{n_j} \int \frac{d^2 k}{dx^2} \frac{d^2 k^T}{dx^2} dx_j \frac{dz_j}{dt} + EI \sum_{j=1}^{n_j} \int \frac{d^2 k}{dx^2} \frac{d^2 k^T}{dx^2} dx_j z_j = f_m + \sum_{j=1}^{n_j} \rho g A \int k dx_j \quad (12)$$

ここで、 z_j は梁の j 番目の要素における振動の振幅を表している。式(12)にモード解析法¹³⁾を適用しモード展開を行い梁の振動波形を求め、振動解析を行うことで永久磁石吸引力が梁に作用するときの梁の剛性を示す見かけ上のヤング率を算出する。このとき梁の見かけ上のヤング率は以下の式で表される¹⁵⁾。

$$E_a = \frac{48\pi^2 f^2 l^4 \rho (1-\nu^2)}{\lambda^4 h^2} \quad (13)$$

ここで、 f は振動波形より求めた梁の周波数 $[\text{Hz}]$ 、 l は梁の長さ $[\text{m}]$ 、 ν はポアソン比、 λ は弾性1次モードの固有値である。

3.4 梁の見かけ上の減衰係数の算出

3.3 節と同様に式(12)にモード解析法¹³⁾を適用し振動波形を求め、その波形より永久磁石磁場下の見かけ上の減衰係数を計算する。ここで振動波形の m 、 n 番目の振幅をそれぞれ、 a_m 、 a_n とすると減衰比は

$$\zeta = \frac{1}{2\pi(m-n)} \ln \frac{a_n}{a_m} \quad (14)$$

となる。これを用いて梁の見かけ上の減衰係数は次式のように表される¹⁵⁾。

$$C_a = \frac{24\zeta l^2 \sqrt{\rho E I A}}{\lambda^2 h^3} \quad (15)$$

4. 永久磁石間距離が振動特性に及ぼす影響

4.1 解析結果と実験結果

3章で構築した解析モデルの妥当性を確認するため、実験結果との比較を行う。このときの本研究における各パラメータの値は Table 1 の通りである。Fig.3 の実験装置において梁に作用する2つの永久磁石の総吸引力 f_m と式(8)より求めた解析結果を Fig.5 に示す。また Fig.1 の実験装置における梁中央部のたわみ量 z^0 と式(10)より求めた解析結果を Fig.6 に示す。梁中央部に 1mm の初期変位を与え梁を自由振動させた際の時間応答波形 (Fig.2) から算出した見かけ上のヤング率 E_a と式(13)より求めた解析結果を Fig.7 に、さらに応答波形の対数減衰率を用いて算出した減衰係数 C_a と式(15)より算出した解析値を Fig.8 に示す。それぞれの図における横軸は各永久磁石の梁中央部からの距離 x_p である。すなわち $2x_p$ が本研究の主な検討対象である永久磁石間距離となる。

Table 1 The symbols and values.

Symbol	Value	Symbol	Value
μ_0	1.26×10^{-6} H/m	h	3.00×10^{-4} m
n_l	19968	g	9.81 m/s ²
n_t	60	C	2.27×10^8 Ns/m
E	2.17×10^{11} N/m ²	ν	0.30
I	2.25×10^{-13} m ⁴	l	0.60 m
ρ	7.68×10^3 kg/m ³	λ	4.73

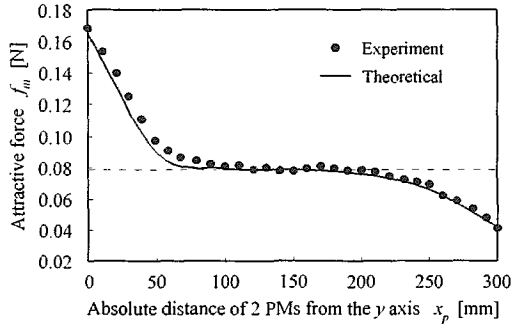


Fig.5 Attractive force of permanent magnets.

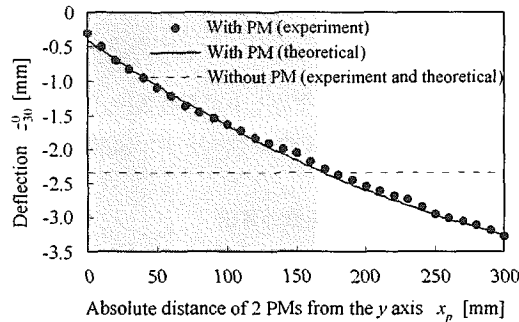


Fig.6 Deflection at the center of the steel beam.

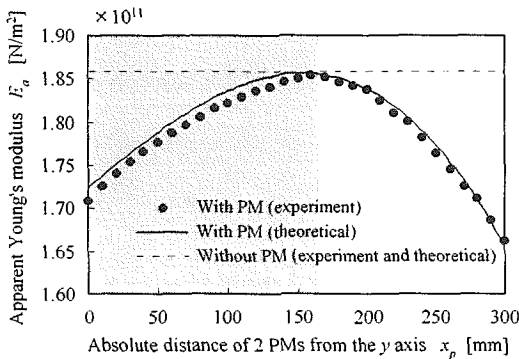


Fig.7 Apparent Young's modulus of the steel beam.

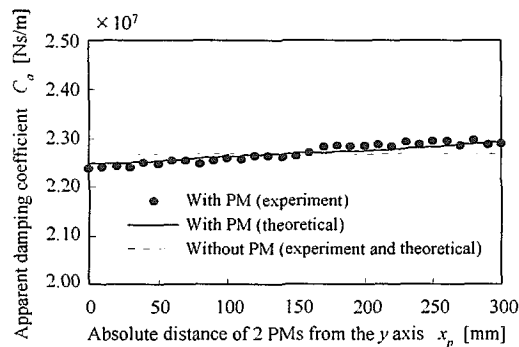


Fig.8 Apparent damping coefficient of the steel beam.

Fig.5の破線は梁に作用する永久磁石1個の吸引力を単純に2倍したものであり、磁場の相互作用を考慮していないため永久磁石の配置が変化しても吸引力は一定となっている。一方Fig.6~8中の破線は永久磁石を使用しない場合の梁のたわみと、見かけ上のヤング率、見かけ上の減衰係数をそれぞれ示している。なお永久磁石を使用しない場合のたわみと、ヤング率、減衰係数の実験値と解析値はほぼ一致している。ここで実験結果は10個のデータの平均から算出した。Fig.5~8において、実験値と解析値の誤差は5%以内である。

4.2 吸引力に関する考察

Fig.5の結果より、2個の永久磁石間隔が200mm ($x_p=100$ mm)より近づけたがい磁場の相互作用が生じ、特に永久磁石の間隔が100mm ($x_p=50$ mm)以下のとき梁に作用する吸引力が急激に上昇する。これは永久磁石間に磁気回路⁹⁾が組まれることに起因している。そのため梁中央部($x_p=0$)に2個の永久磁石を配置した場合は、梁両端部($x_p=300$)に永久磁石を配置した場合と比較して、梁に作用する吸引力が4.1倍、2つの永久磁石の相互作用を考慮せず単体とした場合(Fig.5の破線)の2.2倍となっている。一方、梁端部に永久磁石を配置するほど梁に作用する吸引力が減少しているが、これは梁の外側に磁束が漏れ、梁に作用する吸引力が減少するためである。これらの結果は、磁場の相互作用を利用することによって、少ない個数の永久磁石を用いた場合でも梁に作用する吸引力を確保することが可能であることを示すものである。また、実験結果と解析結果がほぼ一致したことから、3章で示した永久磁石の磁場の相互作用を考慮した解析手法の妥当性が確認できる。

4.3 梁の振動特性に関する考察

Fig.6では梁中央部($x_p=0$)に永久磁石を配置した場合に梁中央部のたわみ量は最も少なくなり、Fig.7においては、梁の中心から永久磁石までの距離 x_p が約160mmの位置において最も見かけ上のヤング率が大きくなっている。本研究で用いた両端自由梁の弾性1次モードの腹は梁中央部、節は梁の中心から165.5mmであることから、梁のたわみを減少させることが目的ならば永久磁石を振動モードの腹の位置に配置することが望ましい。一方、永久磁石は梁に対して負ばねとして作用することから、振動時の梁の剛性である見かけ上のヤング率を減少させないことが目的ならば節に配置することが有効である。しかしながらこれらの結果は各永久磁石と梁中央部からの距離 x_p が0~160mm (Fig.7のグレーで示された領域)の範囲においてトレードオフ関係にあり、両端自由梁に対して永久磁石を配置する場合、これらの相反する二つの要求を満たす必要があることが明らかとなった。

一方、Fig.8において永久磁石を配置することによる見かけ上の減衰係数の増加は、永久磁石を配置しない場合と比較して最大1.8%であり、渦電流の発生に伴うローレンツ力が梁の減衰効果に与える影響は非常に微小であることが確認できた。

5. 結言

本報告では永久磁石の磁場中における薄鋼板の振動特性に関する基礎的研究として永久磁石間距離の変化が梁に作用する吸引力や振動特性へ与える影響に関する考察を行った。実験と解

析の結果から、永久磁石の間隔がある距離以下のとき梁に作用する吸引力が急激に増大することが明らかとなった。一方、増大した吸引力によりたわみは抑制されるが永久磁石が振動の減衰を妨げる負ばねとして作用するため見かけ上のヤング率は低下することも明らかとなった。また、見かけ上の減衰係数は永久磁石の間隔を変えた場合でもほとんど変化せず、渦電流の発生に伴うローレンツ力が梁の減衰効果に与える影響は非常に微小であることが確認できた。

今後の課題としては、同極だけでなく NS 極の組み合わせを含めた永久磁石間距離についての検討を行うこと、さらに永久磁石の最適配置に関して考察を行うことなどが挙げられる。

謝辞

本報告に際して東海大学大学院・土屋健氏、東海大学工学部・山下翼氏に多大な協力を得た。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) K. Matsuda, M. Yoshihashi, Y. Okada, and A. C. C. Tan : Self-sensing active suppression of vibration of flexible steel sheet, *Trans. ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol.118, No.3, (1996), pp.469-473.
- 2) T. Nakagawa, M. Hama, and T. Furukawa : Study of magnetic levitation technique applied to steel plate production line, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.36, No.5, (2000), pp.3686-3689.
- 3) 押野谷, 小林, 丹野 : 相対する二辺が梁で補強された長方形薄鋼板の磁気浮上最適制御, 日本機械学会論文集(C編), Vol.62, No.600, (1996), pp.3067- 3073.
- 4) 押野谷, 石橋 : 長方形薄鋼板の磁気浮上制御装置の開発, 日本機械学会論文集(C編), Vol.67, No.661, (2001), pp.2855-2862.
- 5) 倉掛, 福田, 原 : 磁気ばね動吸振器の作用について(粘性ダンパを持つ場合の最適減衰効果), 日本機械学会論文集(C編), Vol.41, No.411, (1980), pp.1376-1385.
- 6) 長屋, 杉浦 : 永久磁石と電磁石より成る反発浮上形大変形線磁気ばね要素の開発, 日本機械学会論文集(C編), Vol.57, No.544, (1991), pp.3794-3799.
- 7) M. Enokizono, T. Todaka, E. Ishibashi, S. Nagata : Dynamic Finite Element Analysis of a Magnetic Damper System, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.35, No.5, (1999), pp.3733 - 3735.
- 8) 藤田, 中川, 小倉, 小島 : 磁石ばねを利用した組合せ非線形ばねに関する実験的研究, 日本機械学会論文集(C編), Vol.66, No.645, (2000), pp.1445-1452.
- 9) S. Hasegawa, Y. Isobe, Y. Oshinoya, K. Ishibashi : Vibration of Thin Steel Plate Under Magnetic Field Using Permanent Magnets, *Proceedings of the School of Engineering the School of Information Technology and Electronics Tokai University*, Vol. XXIX, (2004), pp.21-25.
- 10) 土屋, 磯部, 長谷川, 押野谷, 石橋 : 永久磁石の磁場中における薄鋼板の振動特性に関する基礎的研究(永久磁石の極性に関する検討), 東海大学紀要工学部, Vol.44, No.2, (2005), pp.49-53.
- 11) 五十嵐, 亀有, 加川, 西口, A. ボサビ : 新しい計算電磁気学, 培風館, (2003).
- 12) 村田, 名取, 唐木 : 大型数値シミュレーション, 岩波書店, (1990).
- 13) 川井, 藤谷 : 振動及び応答解析入門, 培風館, (1991).
- 14) O. C. Zienkiewicz : 基礎工学におけるマトリクス有限要素法, 培風館, (1975).
- 15) S. P. Timoshenko, D. H. Young : 構造力学(下), プレイン図書, (1974), p.571.