

密度振動子における円管内の流れの剥離

上野真*¹, 上原富美哉*², 榎原良正*³, 渡部由雄*⁴

Flow Separation into Tube in Density Oscillator

by

Makoto UENO, Fumiya UEHARA, Yoshimasa NARAHARA and Yoshio WATANABE

(Received on May 31, 2006 & accepted on July 1, 2006)

Abstract

In a density oscillator that uses salt and fresh water, the downflow of salt water and the upflow of fresh water through the tube take place alternately. This oscillation repeats automatically. It is important to analyze the mechanism of this flow switching. It is considered that flow separation at the inside wall of the tube near the exit of flow triggers the flow switching. We experimentally clarified the conditions under which the flow separation is caused.

Keywords: density oscillator, separation, nonequilibrium, Hagen-Poiseuille flow, jet, switching

1. はじめに

大小二つの容器を準備し、内側の容器に密度の大きな液体を、外側の容器には密度の小さな液体を入れる。内側の容器の底面には穴が開けられているか、円管が垂直に取り付けられている。二つの液体は穴や円管を通して下降、上昇を交互に繰り返し振動する。この振動は密度差を利用した密度振動子と呼ばれている。密度振動は密度の大きな液体が密度の小さな液体の上に置かれた非平衡の状態から、密度が等しくなる平衡状態へと移行する際に生じる自己誘導型緩和振動である。塩水と真水との密度差を利用した密度振動子は塩水振動子と呼ばれ 1970 年、Martin¹⁾により最初の報告がなされた。

塩水振動子では円管もしくは穴を通して塩水の下降流と真水の上昇流が交互に生じる事で塩水面に振動を生ずる。塩水振動子における振動運動の解析において下降と上昇の流れが切り替わる条件を明らかにする事は重要である。これまでに Martin を始め Steinbock²⁾ら、Alfredsson³⁾らが塩水振動子における運動解析を行ってきた。しかし切り替わりの条件を明らかにして振動現象を定量的に解析するまでには至っていない。

我々は円管を用いた塩水振動子において、流れの切り替わりは円管出口付近の管壁における流れの剥離によって生じると考えた。本報告の目的は剥離が生じる条件を実験的に明らかにする事である。

2. 実験装置および方法

塩水振動の実験装置を Fig.1 に示す。水槽は断面積、 $90 \times 45 \text{cm}$ 、深さは 45cm の物を用いた。円筒容器は内半径 $R_0 = 6.0 \text{cm}$ 、深さ 16cm の物を、円管は長さ $L_0 = 2.5, 5.0, 10 \text{cm}$ 、内半径 $r_0 = 0.20, 0.50,$

0.80cm の物を用いた。円筒容器内の初期塩水深さは $H_0 = 12.5 \text{cm}$ 、水槽内の真水の水面は塩水面と揃えて実験を開始した。塩水面の変位は KEYENCE 製のレーザー変位計 LK-500(分解能 $10 \mu\text{m}$) で測定した。塩水の密度は $\rho_{sw} = 1.033, 1.070, 1.145 \text{g/cm}^3$ の 3 種類である。

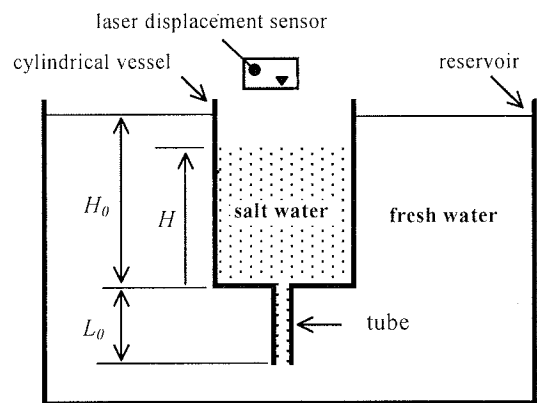


Fig. 1. Experimental setup of saltwater oscillator.

3 実験結果

3.1 塩水面の振動

塩水振動子の塩水面の変位 H を Fig.2 に示す ($L_0 = 10 \text{cm}$, $r_0 = 0.20 \text{cm}$, $\rho_{sw} = 1.145 \text{g/cm}^3$). 円筒容器内の塩水面を水槽の真水の水面とそろえ、円管下端の栓を抜くと塩水面が降下を始める。横軸は栓を抜いた時刻を、塩水面の変位を表す縦軸は円管上端(円筒容器の下端)を原点としてある。塩水面はおよそ 2.8cm 下降した後、下降、上昇の距離 1.2cm 、時間 70s 程度の振動状態に移行している。

円筒容器内の塩水の密度は真水の流入する度に小さくなる。振動の距離、時間は塩水の密度が小さい程小さいため、密度変化に伴って振動の距離および時間が減少する。最終的に円筒容

*1 工学研究科応用理学専攻博士課程後期
*2 教養学部人間環境学科自然環境課程教授
*3 筑波大学名誉教授
*4 元工学部応用物理学科教授

器内の塩水は真水の密度と等しくなり、真水の水位と等しくなって振動が終了する。しかし最初の数回振動(Fig.2 に示した振動では3回)は、下降、上昇の距離、時間が共に変化しない初期振動の領域が存在する。この初期振動領域においては円筒容器内の攪拌が不十分であるため、円管内の塩水の密度は初期の塩水密度 ρ_{s0} と等しいと考えられる。本報告ではこの初期領域における振動についての議論を行う。

塩水面が下降している場合、円管内は塩水に満たされており円管下端付近では真水の総圧に対して塩水の総圧が大きく、この総圧の差により塩水の下降流が生じる。塩水の流出により塩水面は下降し、塩水と真水の総圧が小さくなると共に下降流の速度も小さくなる。しかし総圧差が無くなり、流出が終了する前に円管内の流れが逆流し、真水の上昇が始まる。真水が上昇している場合、円管内は真水に満たされており、円管上端付近では塩水の総圧に対して真水の総圧が大きく、真水の流入により塩水面が上昇すると共に総圧差は小さくなり、上昇流の速度も小さくなる。しかし総圧差が無くなる手前で円管内の流れは逆流し、塩水の下降が始まる。

下降流、上昇流の時間に比べ流れの切り替わり時間は短く、塩水面は指数関数的な下降、上昇を繰り返し振動をする。振動の周期、振幅は流れの切り替わりの条件により決定される。

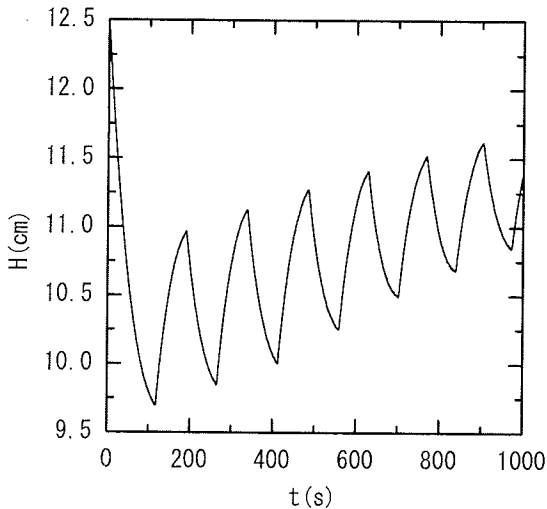


Fig. 2. Measurements of displacement of saltwater surface. ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.20\text{cm}$)

3.2 流れの切り替わり

流れの切り替わりを明らかにするため、食紅により着色した塩水を用い円管内の流れを DV カメラ(30Frame/s)で撮影し、時間的に同期させた塩水面の変位の測定とあわせ解析を行なった。

Fig.3(a)~(c)に $r_0=0.20\text{cm}$ の場合の塩水液面の変位と円管内の流れの撮影を示す($L_0=10\text{cm}$, $\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$). Fig.3(a)は1回の振動運動の全体を示している。図中の太い縦線は流れの切り替わりが始まる位置を、細い縦線は流れの切り替わりの終了を示している。Fig.3(b)は真水の上昇が塩水の下降に切り替わる運動である。 a_3 は流れの切り替わりが始まる位置であり、円管上端において真水の噴流が生じている状態で、連続写真のこのコマの前後で、管壁付近から円管内への塩水の浸入が始まっている事が観測された。この時刻で管壁において真水の上昇流の剥離が生じたと考えられる。これは Fig.3(a)の縦の太線に相当する。 a_3 から c_3 までは円管内で真水が上昇している中を同時に塩

水が下降しており、真水の上昇と塩水の下降が混在する。 c_3 は円管下端まで塩水が達しており Fig.3(a)の細線に相当する。 d_3 において円管内は塩水に満たされており、真水の上昇は完全に終了し、塩水の下降流の運動になっている。Fig.3(c)は塩水の下降が真水の上昇に切り替わる運動である。 e_3 は円管下端より真水の浸入が始まる瞬間である。さらに f_3 を経て、写真では解りづらいが g_3 において真水が円管上端に達している。 h_3 では真水の上昇流を示している。 e_3 は Fig.3(a)の縦の太線に、 g_3 は Fig.3(a)の細線に相当する。

Fig.4(a)~(c)に $r_0=0.80\text{cm}$ の場合の塩水液面の変位と円管内の撮影を示す($L_0=10\text{cm}$, $\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$). Fig.4(a)は1回の振動運動の全体を示しており、図中の太い縦線は流れの切り替わりが始まる位置を、細い線は流れの切り替わり終了を示している。Fig.4(b)は真水の上昇が塩水の下降に切り替わる運動である。 a_4 はこのコマの前後で円管上端の管壁付近から塩水の浸入が観測された瞬間であり、Fig.4(a)の縦の太線に相当する。 a_4 から c_4 までは真水が上昇している円管内を同時に塩水が下降しており真水の上昇と塩水の下降が混在する。 c_4 で塩水は円管下端に達しており Fig.4(a)の縦の細線に相当する。 d_4 で真水の上昇は終了し完全に塩水の下降流れに変わる。Fig.4(c)は塩水の下降が真水の上昇に切り替わる場合の運動である。 e_4 の前後で円管下端で塩水が下降している時に管壁付近から真水の浸入が観測された瞬間である。 e_4 から g_4 までは円管内で塩水が下降している中を同時に真水が上昇しているおいて塩水の下降と真水の上昇が混在する。 g_4 で塩水の下降は終了し完全に真水の上昇流れに変わる。 h_4 で流れは完全に真水の上昇のみとなる。 e_4 は Fig.4(a)の縦の太線に、 g_4 は Fig.4(a)の細線に相当する。

Fig.3(b), Fig.4(b)の真水の上昇流において円管上端における真水の総圧は塩水の総圧より大きく、円管上端から真水が塩水内に噴流として流入している。円管から流入した噴流には塩水と真水の密度差による加速が生じる。噴流の速度が早い場合、加速の影響は円管内の運動には影響しない。しかし、真水の流入が続き塩水と真水との総圧の差が小さくなり流入速度が遅くなると速度に対する噴流の加速の影響が大きくなり円管上端付近の速度分布が変化する。この事によって円管内に剥離が生じ、塩水が管壁付近より円管内に浸入する(a_3 , a_4)。塩水が浸入して暫くは真水の上昇の流量が浸入した塩水の下降の流量より大きいために塩水面は上昇している。この真水の上昇と塩水の下降の流量が釣り合った位置(b_3 , b_4)でこの時塩水面は最高点に達する。その後は上昇流と下降流の流量が逆転し、塩水面は下降を始め。塩水の下端が円管下端に達すると、円管下端における塩水の総圧は真水の総圧より大きいので、塩水の流量が急激に増加し、真水の上昇が止まり塩水の下降流になった位置(c_3 , c_4)である。同様な事が塩水の下降が真水の上昇に切り替わる場合も e_3 , e_4 で剥離が生じ同様の流れの切り替わり現象が生じる。

流れの切り替わりの時間は管半径に関係なく 2s 程度である。それに対して塩水面の下降、上昇時間は $r_0=0.20\text{cm}$ の場合は 70s, $r_0=0.80\text{cm}$ の場合は 2s 程度である。下降と上昇の流量は r_0 に係らずほぼ等しい。それに対して r_0 が小さい円管内の流速は小さく下降上昇の時間が長く、 r_0 が大きい円管内の流速は大きくそれらの時間が小さくなっている。切り替わりの逆流は円管内における密度差により生じるので、密度差および円管長さがそれぞれ等しい場合はこの切り替わり時間はほぼ等しくなる。

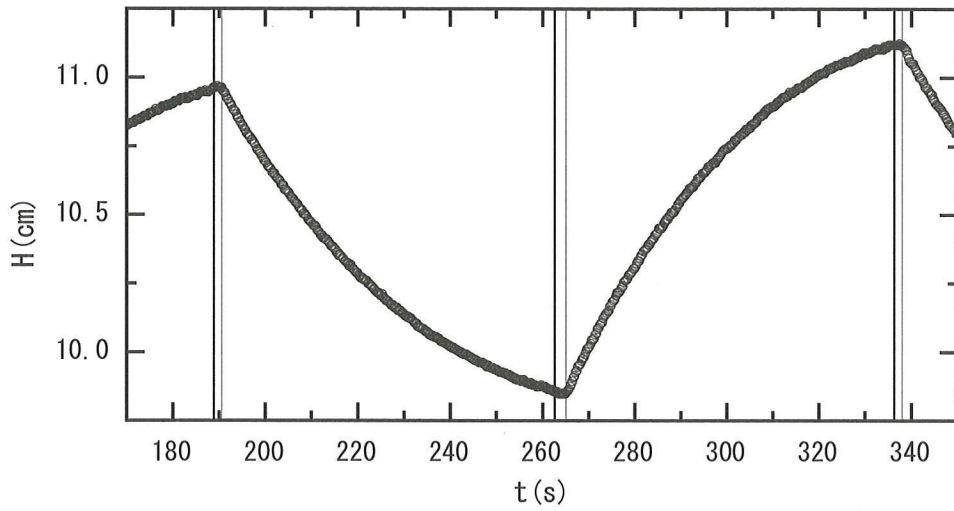


Fig. 3(a). Displacement of the saltwater surface.
 ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.20\text{cm}$).

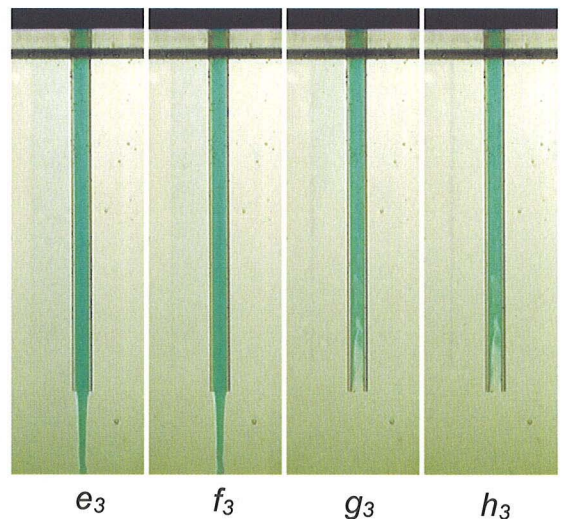
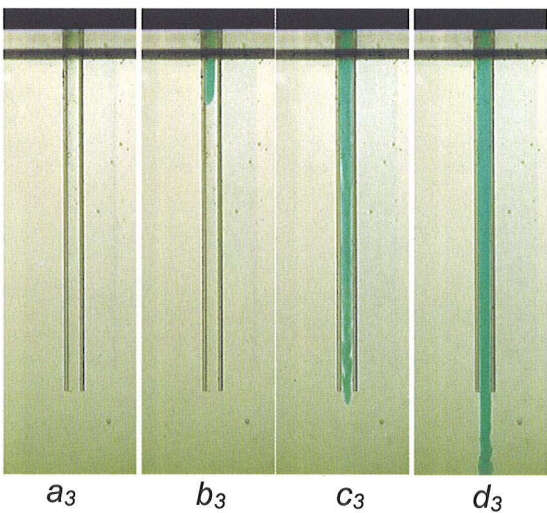
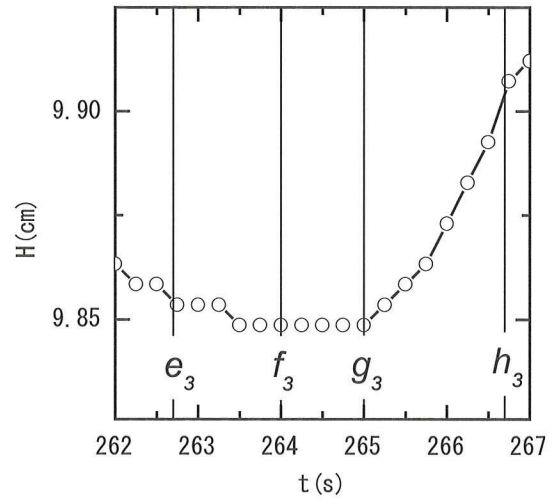
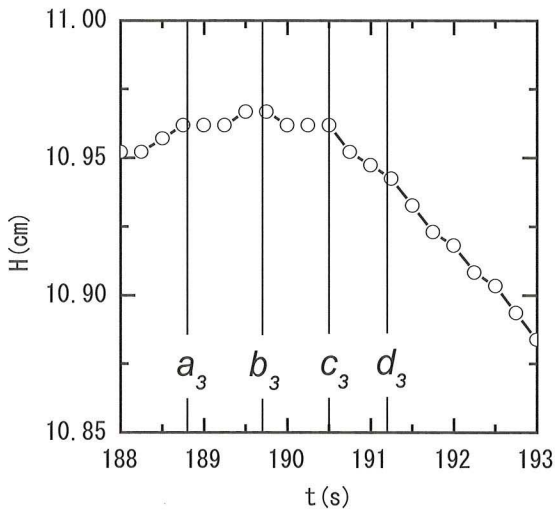


Fig. 3(b). Displacement of the saltwater surface and photographs of the saltwater flow in the tube, when the switching takes place from the inflow to the outflow ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.20\text{cm}$).

Fig. 3(c). Displacement of the saltwater surface and photographs of the saltwater flow in the tube, when the switching takes place from the outflow to the inflow ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.20\text{cm}$).

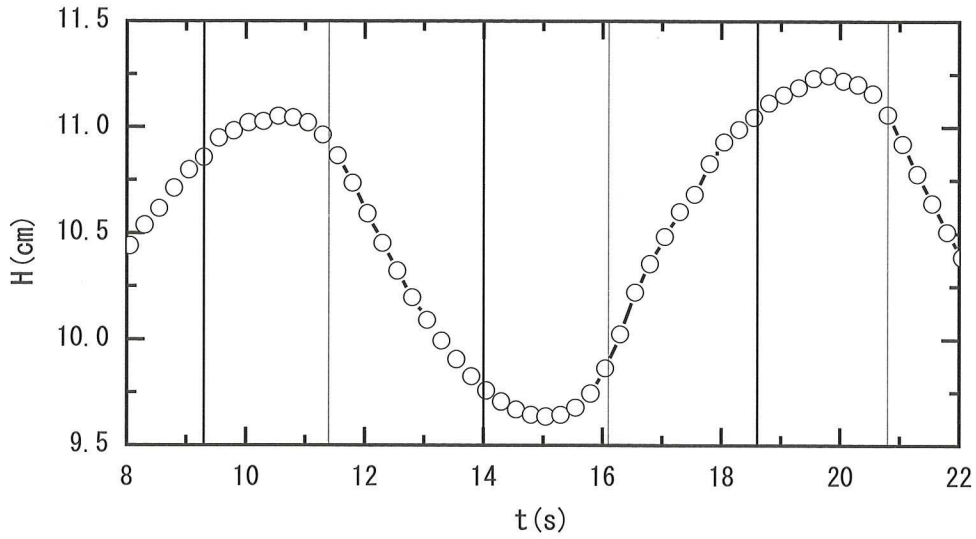


Fig. 4(a). Displacement of the saltwater surface
 ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.80\text{cm}$).

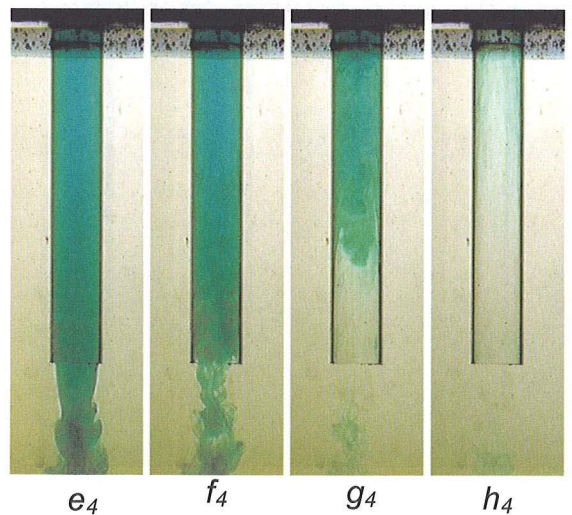
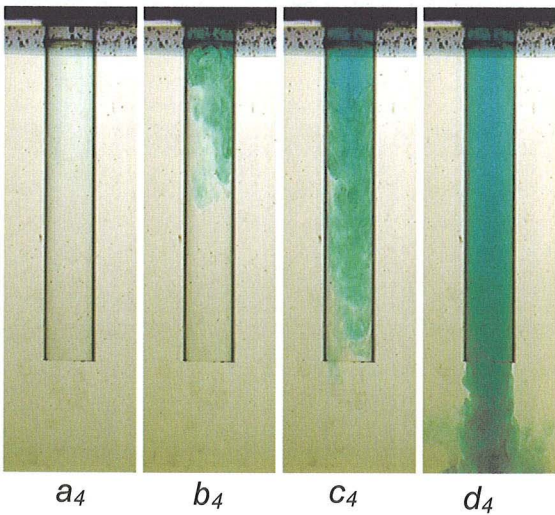
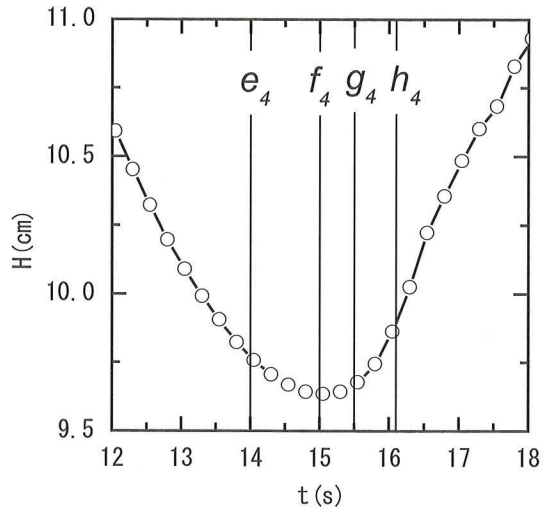
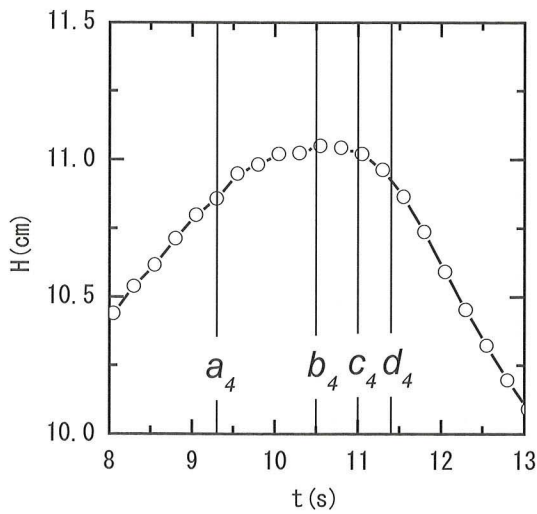


Fig. 4(b). Displacement of the saltwater surface and photographs of the saltwater flow in the tube, when the switching takes place from the inflow to the outflow ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.80\text{cm}$).

Fig. 4(c). Displacement of the saltwater surface and photographs of the saltwater flow in the tube, when the switching takes place from the outflow to the inflow ($\rho_{s0}=1.145\text{g/cm}^3$, $L_0=10\text{cm}$, $r_0=0.80\text{cm}$).

3.3. 流れの剥離

流れの切り替わりは円管端における流れの剥離により始まる。塩水の下降流が真水の上昇流に切り替わる際の剥離が生じる円管内の平均速度 $\langle V_S \rangle_D$ 、真水の上昇流が塩水の下降流に切り替わる際の剥離が生じる円管内の平均速度 $\langle V_W \rangle_U$ を測定した。これらの速度は塩水面の変位から求めた。

Fig.5 は r_0 一定とし ρ_{S0} , L_0 の変化に対する $\langle V_S \rangle_D$, $\langle V_W \rangle_U$ の変化を示す。グラフの横軸は $(\rho_{S0} - \rho_W) / \mu_{S0}$ である。グラフに見られるように $\langle V_S \rangle_D$ および $\langle V_W \rangle_U$ は一致し、直線となっている。この勾配を K_1 とおくと、

$$\langle V_S \rangle_D = \langle V_W \rangle_U = K_1 \frac{(\rho_{S0} - \rho_W)}{\mu_{S0}} \quad (1)$$

を得た。ただし $r_0 = 0.20 \text{ cm}$ の場合 $K_1 = 0.45 \text{ cm}^3/\text{s}^2$ である。さらに勾配は L_0 には無関係であった。

Fig.6 は ρ_{S0} , μ_{S0} , L_0 を一定として r_0 の変化に対する $\langle V_S \rangle_D$, $\langle V_W \rangle_U$ の変化を示す。 r_0 に対して $\langle V_S \rangle_D$ および $\langle V_W \rangle_U$ は同じ値であり、その勾配が一定であり K_2 とすると次の関係が得られる。

$$\langle V_S \rangle_D = \langle V_W \rangle_U = K_2 r_0 \quad (2)$$

ただし、 $\rho_{S0} = 1.145 \text{ g/cm}^3$, $\mu_{S0} = 0.0152 \text{ g/(cm}\cdot\text{s)}$, $L_0 = 10 \text{ cm}$ の場合 $K_2 = 19 \text{ (1/s)}$ である。

(1),(2)式より次の関係が得られる。

$$\langle V_S \rangle_D = \langle V_W \rangle_U = K_3 \frac{(\rho_{S0} - \rho_W)}{\mu_{S0}} r_0 \quad (3)$$

K_3 は常に一定の値であり、 $K_3 = 2.3 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ である。付録Aの $\langle V_S \rangle_D$ の理論式を次に示す。

$$\langle V_S \rangle_D = \frac{g}{8} \frac{(\rho_{S0} - \rho_W)}{\mu_{S0}} B_{S0} r_0^2 \quad (A6)$$

(A6)と(3)式を比較する事により $B_{S0} r_0$ は一定となり、値を得た。

$$B_{S0} r_0 = 0.018 \text{ cm} \quad (4)$$

付録Aの $\langle V_W \rangle_U$ の理論式(A8)を次に示す。

$$\langle V_W \rangle_U = \frac{g}{8} \frac{(\rho_{S0} - \rho_W)}{\mu_W} B_{W0} r_0^2 \quad (A8)$$

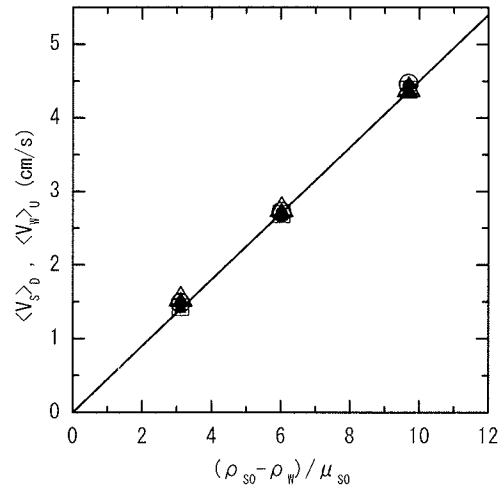
同じ実験条件 (L_0 に係わらず、 ρ_{S0} , μ_{S0} , r_0 が等しい時) において、 $\langle V_S \rangle_D$ と $\langle V_W \rangle_U$ が等しい結果より次の関係が得られる。

$$B_{W0} r_0 = B_{S0} r_0 \frac{\mu_W}{\mu_{S0}} \quad (5)$$

$\langle V_S \rangle_D$ と $\langle V_W \rangle_U$ における管壁の速度勾配の理論式(A7), (A9)および(4), (5)式より次の関係が得られる。

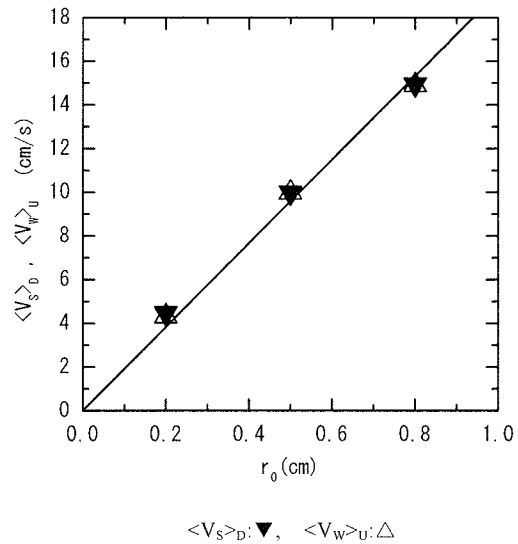
$$\left(\frac{\partial V_S}{\partial r} \right)_{r_0} = \left(\frac{\partial V_W}{\partial r} \right)_{r_0} = \frac{g B_{S0} r_0 (\rho_{S0} - \rho_W)}{2 \mu_{S0}} = 8.2 \frac{(\rho_{S0} - \rho_W)}{\mu_{S0}} \quad (6)$$

実験における円管内の流れを Hagen-Poiseuille 流と近似できるので、真水の上昇流、塩水の下降流が切り替わる時、すなわち円管流出口付近での剥離が発生する時の管壁の速度勾配の条件が(6)式で与えられる結果を実験的に得られた。



$\langle V_S \rangle_D$: ●: $L_0 = 2.5 \text{ cm}$, ▲: $L_0 = 5.0 \text{ cm}$, ■: $L_0 = 10 \text{ cm}$
 $\langle V_W \rangle_U$: ○: $L_0 = 2.5 \text{ cm}$, △: $L_0 = 5.0 \text{ cm}$, □: $L_0 = 10 \text{ cm}$

Fig. 5. Mean velocity in the tube vs. $(\rho_{S0} - \rho_W) / \mu_{S0}$ when flow separation takes place ($r_0 = 0.20 \text{ cm}$).



$\langle V_S \rangle_D$: ▼, $\langle V_W \rangle_U$: △

Fig. 6. Mean velocity in the tube vs. r_0 when flow separation takes place ($\rho_{S0} = 1.145 \text{ g/cm}^3$, $L_0 = 10 \text{ cm}$).

4. まとめ

塩水を用いた密度振動子は塩水振動子と呼ばれる。塩水振動子において塩水液面は塩水の流出に伴う下降、真水の流入に伴う上昇を繰り返し振動する。円管を用いた塩水振動子において、円管内の流れが *Hagen-Poiseuille* 流とみなせる場合において振動運動を支配する流れの剥離について以下の事実が明らかになった。

円管内の管壁の速度勾配が(6)式を満足するような条件になった時に円管流出口付近で剥離が発生する。この剥離は流出口からの噴流の密度差による加速に依存するので、この速度勾配は塩水と真水の密度差に比例する。さらに塩水の粘度に逆比例している。この密度差および塩水の濃度が等しい時には塩水が下降における剥離、真水の上昇における剥離において共に等しい値となっている。しかし管半径や円管の長さには全く依存しない。

A. 付録

Fig.1 に示すような実験系において円管内の流れが層流で *Hagen-Poiseuille* 流とした場合について述べる。管中央を原点に管壁方向に r 、円管上端を原点に鉛直下向きに z 、となる円筒座標系を用い、塩水の下降流における z 方向の運動方程式は、軸方向の塩水の下降速度を V_s 、粘性による圧力損失勾配 dP_s/dz 、塩水の粘度 μ_{s0} を用いて次式のように表される⁴⁾。

$$\mu_{s0} \frac{2}{r} \frac{\partial V_s}{\partial r} - \frac{dP_s}{dz} = 0 \quad (A1)$$

塩水の下降流において塩水の流出と共に円筒容器内の塩水の水位 H は下降する。円管下端で塩水と真水の総圧がつり合う時の H を H_D とする。

$$\rho_s g(H_D + L_0) = \rho_w g(H_0 + L_0) \quad (A2)$$

H が H_D まで下降する手前 $H_D + h$ の時、剥離が発生するとすると塩水と真水の総圧がつり合う面は円管下端により上部になる。この高さを円管下端より l だけ上とすると次式が成り立つ。

$$\rho_s g(H_D + h + L_0 - l) = \rho_w g(H_0 + L_0 - l) \quad (A3)$$

(A2)式と(A3)式より次式を得る。

$$\rho_s g h = (\rho_s - \rho_w) g l \quad (A4)$$

この時、 $\rho_s g h$ 即ち、 $(\rho_s - \rho_w) g l$ は運動エネルギーと粘性による圧力損失とになっている。圧力損失 P_s は $(\rho_s - \rho_w) g l$ の一部でありそれを $P_s = (\rho_s - \rho_w) g B_{s0} L_0$ とおく。粘性による圧力損失は管内で発生し、長さ L_0 の円管内で一様とすると、圧力勾配は $(\rho_s - \rho_w) g B_{s0}$ となる。 B_{s0} は l より十分に小さいであろう。

$$\frac{dP_s}{dz} = g(\rho_{s0} - \rho_w) B_{s0} \quad (A5)$$

B_{s0} は剥離が生じる時の圧力勾配を表す事から臨界圧力勾配係数と名づける。(A1)式に(A5)式を代入し r 方向に θ から r_0 まで積分する事で剥離が生じる平均速度 $\langle V_s \rangle_D$ は次式になる。

$$\langle V_s \rangle_D = \frac{g(\rho_{s0} - \rho_w)}{8 \mu_{s0}} B_{s0} r_0^2 \quad (A6)$$

(A1),(A5)式より管壁 r_0 における速度勾配は以下の式で表される。

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial r} \right)_{r_0} = \frac{g(\rho_{s0} - \rho_w)}{2 \mu_{s0}} B_{s0} r_0 = 4 \frac{\langle V_s \rangle_D}{r_0} \quad (A7)$$

同様に真水の上昇流に剥離が生じる平均速度 $\langle V_w \rangle_l$ 、管壁における速度勾配は B_{s0} に相当する B_{w0} は真水の粘度 μ_w を用いて次式のように表される。

$$\langle V_w \rangle_l = \frac{g(\rho_{s0} - \rho_w)}{8 \mu_w} B_{w0} r_0^2 \quad (A8)$$

$$\left(\frac{\partial V_w}{\partial r} \right)_{r_0} = \frac{g(\rho_{s0} - \rho_w)}{2 \mu_w} B_{w0} r_0 = 4 \frac{\langle V_w \rangle_l}{r_0} \quad (A9)$$

参考文献

- 1) S.Martin: Geophys. Fluid Dyn. **1** (1970) pp.143-160
- 2) O.Steinbock, A.Lange and I.Rehberg: Phys.Rev.Lett. **81** (1998) pp.798-801
- 3) P.H.Alfredsson and T.Lagerstedt: Phys.Fluids **24** (1981) pp.10-14
- 4) 市川常雄: 機械工学基礎講座 6 改訂新版 水力学・流体力学, 朝倉書店(1981)pp.38-39