

# 短周期モードとフゴイドモードの相対関係が ピッチ姿勢操縦性に及ぼす影響

左藤 脩<sup>\*1</sup>・小林 修<sup>\*2</sup>

## Influence of Relative Relationship between Short-Period and Phugoid Modes on Pitch Attitude Control

by

Osamu SATO<sup>\*1</sup> and Osamu KOBAYASHI<sup>\*2</sup>

(Received on March 31, 2006 & accepted on June 3, 2006)

### Abstract

The longitudinal motion of an aircraft is influenced by two oscillatory motion modes which are called the short-period mode and the phugoid mode. The pitch attitude handling qualities of a STOL (short takeoff and landing) airplane degrades as its flight speed slows. The main cause of this degradation is considered to be that the natural frequencies of the two modes approach each other. However, we have studied the effects of modal parameters using a flight simulator, including the initial amplitude ratio and difference in the initial phase angles, of the short-period and phugoid components in the pitch attitude response to elevator step input. The results show that the difference in the initial phase angles plays the most important role in a human pilot's pitch control and the effect of the proximity of the two natural frequencies is small.

**Keywords:** Airplane, Flying Qualities, Short-Period Mode, Phugoid Mode, Pitch Control

### 1. はじめに

短距離離着陸航空機,すなわち STOL(short takeoff and landing) 航空機は,離着陸時の飛行速度が通常の航空機と比べて低いのが特徴である。しかし,低速飛行時には操縦性や安定性に多くの問題が発生する。その1つに,ピッチ姿勢操縦性の劣化が知られている。通常,ピッチ姿勢角を変更することで飛行経路角や飛行速度を制御する。したがって,ピッチ姿勢操縦性の劣化は,正確な飛行経路角や沈下率の制御が要求される着陸時においてパイロットのワークロードを著しく増大させてしまう。

米国 NASA の Grantham<sup>1)</sup>は,ある STOL 航空機のシミュレーション実験を行い,ピッチ姿勢の操縦性が劣化するという結果を得た。彼はその原因として,縦運動における2つの固有振動モードである“短周期モード”と“フゴイドモード”のそれぞれの固有角振動数が,飛行速度の低下に伴い互いに接近するためであろう,と推論している。また,米国 System Technology 社の Heffley<sup>2)</sup>は,STOL 機において両モードの固有角振動数が近付き過ぎないようにすべきであるという設計基準を提案している。なお,通常の航空機に対する代表的飛行性基準である MIL-F-8785C<sup>3)</sup>では,縦運動基準に短周期・フゴイドモードの固有角振動数と減衰比をそれぞれ個別に制限しているが,両モードの関係性については触れていない。すなわち STOL ではない通常の航空機では,固有角振動数の接近は問題にならないものと考えてよい。以上から,STOL 機のピッチ姿勢操縦性劣化原因の有力候補として,短周期モードとフゴイドモードの固有振

動数が相対的に接近したことによるものといえる。ここで本研究は,Grantham, Heffley 両氏がいずれも2つのモードにおける固有角振動数だけを議論している点に着目した。

航空機の2つの固有振動モードを特徴づけるパラメータは固有角振動数だけではない。この他に減衰比,振幅,位相角がある。ピッチ姿勢操縦において,仮に短周期モードの固有角振動数が著しく低いものであったとしても,短周期モードの振幅が非常に小さく,ほとんど発生していない状態であった場合,操縦性に及ぼす影響はどのようなのであろうか。あるいは,フゴイドモードの位相角が大ききずれた場合にも同様のことが言える。これらのパラメータをも含めて総合的な固有振動モードの相対関係についても調べる必要があると考えた。

上記を言い換えてみると,それは航空機の伝達関数表現に一致する。伝達関数の分母多項式(極)は2つの運動モードの固有角振動数と減衰比を決定し,いわゆる応答振動の特徴付けを行う。そして,それぞれの振動をどのような大きさ,位相角を持たせて出力するか,といった応答振動の組み合わせは分子多項式(零点)によって行われる。通常,飛行状態が変化すれば,極・零点両方の位置が変化するため,応答振動の組み合わせもピッチ姿勢操縦性に何らかの影響を及ぼしているはずである。

こうした背景のもと,2つの運動モードの“固有角振動数の相対関係”を拡張し,“振幅と位相角の相対関係”も含めて,ピッチ姿勢操縦性に及ぼす影響を調べることにした。こうした視野の拡大により,総合的に縦の固有振動モードの相対関係と人間パイロットとの関係を明らかにするのが,本研究の狙いである。

\* 1 工学研究科航空宇宙学専攻修士課程

\* 2 工学部航空宇宙学科教授

## 2. 航空機の数学的モデル

本章では、運動モードの相対関係を考える上での基準モデルを設定する。この基準モデルでの運動モードパラメータを変更することで、相対関係を変化させる。この相対関係については次の3章で詳しく説明する。

### 2.1 縦の微小擾乱運動方程式

水平定常釣り合い飛行からの縦の線形微小擾乱運動方程式を式(1)に示す。機体固定座標軸には安定軸を採用している。

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & U_0 + Z_q & 0 \\ M_u + M_w Z_u & M_w + M_w Z_w & M_q + M_w(U_0 + Z_q) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} + M_w Z_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (1)$$

但し、 $u$  は  $x$  軸（前後）飛行速度、 $w$  は  $z$  軸（上下）飛行速度  $w$ [m/s]、 $q$  はピッチレート  $q$ 、 $\theta$  はピッチ姿勢角、 $\delta_e$  はエレベータ舵角である。本研究は文献<sup>4)</sup>のP2V-7可変特性研究機(VSA)を基準航空機モデルとして研究を進めた。初期トリム時の飛行速度  $U_0$  は 89.55[m/s]、飛行高度はおおよそ 3000[m]である。この時の有次元空力微係数値を Table 1 に示す。

Table 1 Aerodynamic dimensional derivatives of P2V-7 VSA<sup>4)</sup>

$X_u = -0.0215[1/s]$	$Z_u = -0.227[1/s]$	$M_u = 0[1/m \cdot s]$
$X_w = 0.0500[1/s]$	$Z_w = -0.803[1/s]$	$M_w = -0.0422[1/m \cdot s]$
$X_q = 0[-]$	$Z_q = 0[-]$	$M_q = -0.00312[1/m]$
$X_{\delta_e} = 0[m/s^2]$	$Z_{\delta_e} = -1.76[m/s]$	$M_{\delta_e} = -0.992[1/s]$
	$Z_{\delta_e} = -3.93[m/s^2]$	$M_{\delta_e} = -2.48[1/s^2]$

### 2.2 ピッチ姿勢伝達関数と操舵応答

式(1)をラプラス変換し、エレベータ舵角入力  $\delta_e$  に対してピッチ姿勢角  $\theta$  を出力する伝達関数を式(2)に示す。

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{Es^2 + Fs + G}{(s^2 + 2\omega_{nsp}\zeta_{sp}s + \omega_{nsp}^2)(s^2 + 2\omega_{nph}\zeta_{ph}s + \omega_{nph}^2)} \quad (2)$$

式(2)の分母多項式（特性多項式）中、 $\omega_n^*$  と  $\zeta_n^*$  は添え字“\*”に対応する運動モードの固有角振動数と減衰比である。添え字  $sp$  は、短周期モードを表す。また、添え字  $ph$  はフゴイドモードを表す。分子多項式中の係数  $E, F, G$  は、それぞれが有次元空力微係数の多項式で表される値である。

式(2)に大きさ  $\delta_{e0}$  のエレベータステップ操舵を入力した場合の応答を式(3)に示す。

$$\theta(s) = \frac{Es^2 + Fs + G}{(s^2 + 2\omega_{nsp}\zeta_{sp}s + \omega_{nsp}^2)(s^2 + 2\omega_{nph}\zeta_{ph}s + \omega_{nph}^2)} \cdot \frac{\delta_{e0}}{s} \quad (3)$$

式(3)を逆ラプラス変換すると、ステップ応答時歴は次式で表される。

$$\begin{aligned} \theta(t) &= |k_{sp}| \cdot \exp(-\zeta_{sp}\omega_{nsp}t) \cdot \cos(\omega_{nsp}\sqrt{1-\zeta_{sp}^2}t + \psi_{sp}) \\ &+ |k_{ph}| \cdot \exp(-\zeta_{ph}\omega_{nph}t) \cdot \cos(\omega_{nph}\sqrt{1-\zeta_{ph}^2}t + \psi_{ph}) \\ &+ \frac{\delta_{e0}G}{\omega_{nsp}^2\omega_{nph}^2} \\ &= \theta_{sp}(t) + \theta_{ph}(t) + \theta_{steady} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $|k_n^*|$  は添え字“\*”に対応する運動モードでの振動包絡線の  $t=0$ [sec]での値、すなわち初期振幅である。また、 $\psi_n^*$  は  $t=0$ [sec]での振動の位相角、すなわち初期位相角である。このように、式(4)からピッチ姿勢角ステップ応答  $\theta(t)$  は短周期振動成分、フゴイド振動成分、定常値成分の3成分の線形結合で表される。式(4)の導出過程及び、式(2)の伝達関数と次章で述べる相対関係パラメータとの関係についての詳細は付録に示した。

### 2.3 運動モード特性値

式(1)に Table 1 の空力微係数値を代入し、 $\delta_{e0} = -0.1$ [rad]のエレベータステップ操舵を入力した場合の運動モード特性値を、基準モデルと定義し、Table 2 に示す。また、このときの応答を Fig. 1 に示す。

Table 2 Modal parameters of P2V-7 VSA to elevator step input (-0.1[rad])

Natural frequency	$\omega_{nsp}$	2.12[rad/s]
	$\omega_{nph}$	0.144[rad/s]
Damping ratio	$\zeta_{sp}$	0.489
	$\zeta_{ph}$	0.0552
Initial amplitude	$ k_{sp} $	0.0557
	$ k_{ph} $	0.286
Initial phase angle	$\psi_{sp}$	-4.01[rad] = -230[deg]
	$\psi_{ph}$	-1.70[rad] = -97.4[deg]

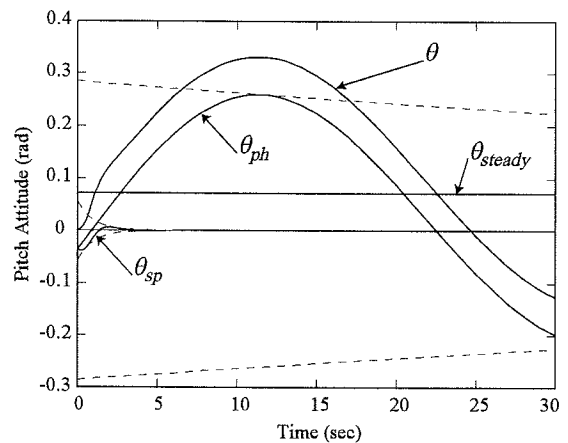


Fig.1 Time history of pitch attitude to elevator step input (-0.1[rad])

## 3. 運動モードの相対関係パラメータ

航空機の縦の運動は、短周期モード成分とフゴイドモード成分が線形結合された形で表される。両モードの相対関係を表すパラメータは、ピッチ姿勢伝達関数(式(2))と操舵応答(式(4))との対応関係から以下のように求めた。

### 3.1 固有角振動数比

これは Grantham と Heffley が問題視したパラメータである。式(2)の固有多項式はラプラス演算子  $s$  の4次式であるので、特性根(極)は4つ存在する。よって分母多項式は運動モードに関するパラメータを4つ決定する。式(2)の固有多項式の係数である  $\omega_{nsp}$ ,  $\zeta_{sp}$ ,  $\omega_{nph}$ ,  $\zeta_{ph}$  は、それぞれ式(4)で振動の減衰と振動数を支配している。一般に、航空機の飛行速度が低下すると、 $\omega_{nsp}$  は小さく、 $\omega_{nph}$  は大きくなることが知られている。そこで両者の比をとったものを式(5)に示す。

$$\Omega_r = \frac{\omega_{nsp}}{\omega_{nph}} \quad (5)$$

式(5)の  $\Omega_r$  を“固有角振動数比”と定義する。文献<sup>1)</sup>によると、この  $\Omega_r$  にあたる値が小さくなったために(固有角振動数の接近)ピッチ姿勢角の操舵応答が緩慢になり、操縦性の劣化を招いたとある。

### 3.2 初期振幅比

式(2)の分子多項式はラプラス演算子  $s$  の2次式であるので、その根(零点)は2つ存在する。よって分子多項式は運動モードに関するパラメータを2つ決定することにする。式(2)の分子多項式において、E,F,G は有次元空力微係数からなる式で表され、固有角振動数のような具体的なパラメータが明示されていない。従って適切なパラメータを設定する必要がある。

式(2)と式(4)との対応を見てみると、式(4)には式(2)に明示されていない4つのパラメータ  $|k_{sp}|$ ,  $\psi_{sp}$ ,  $|k_{ph}|$ ,  $\psi_{ph}$  が存在する。従って、式(2)の分子多項式は、これら4つのパラメータに関連があると考えてよい。分子多項式は2つの零点を持つことから、2つのパラメータを決定すると仮定したので、4つのパラメータ全てを直接決定することはできない。そこで、2つの初期振幅  $k$  の比をとったものを次式に示す。

$$K_r = \frac{|k_{sp}|}{|k_{ph}|} \quad (7)$$

式(7)の  $K_r$  を“初期振幅比”と定義し、フゴイドモード成分の初期振幅に対する短周期モード成分の初期振幅の比、すなわち成分の大小関係を表す。  $K_r$  が大きくなると、短周期モードが支配的になる。逆に  $K_r$  が小さくなるとフゴイドモードが支配的となる。

分子多項式が  $K_r$  を決定しているということは、ステップ操舵量が変化しても各成分の大きさの比率を一定に保持するという機能を持っていることを意味している。この  $K_r$  が分子多項式が決定する第1パラメータである。

### 3.3 初期位相差

初期位相角の2つの差をとり、次式とする。

$$\Psi_e = \psi_{sp} - \psi_{ph} \quad (8)$$

式(8)の  $\Psi_e$  を“初期位相差”と定義し、フゴイドモード成分の短周期モード成分に対する位相遅れ量、すなわち成分の時間的な前後関係を表す。

分子多項式が  $\Psi_e$  を決定しているということは、ステップ操舵量が変化しても各成分を一定間隔の配置に保持する機能を持っていることを意味している。この  $\Psi_e$  が分子多項式が決定す

る第2パラメータである。

$K_r$  と  $\Psi_e$  は、どちらも  $t=0[\text{sec}]$  を基準に定義されている。これは、パイロットが操舵入力した直後の応答を主に支配するパラメータであるということを記しておく。

## 4. フライト・シミュレータ実験

前章で設定した3つの相対関係パラメータ ( $\Omega_r$ ,  $K_r$ ,  $\Psi_e$ ) と、ピッチ姿勢操縦性との関連を調べるため、フライト・シミュレータによる評価実験を行った。

### 4.1 実験装置

実験装置には本学航空宇宙学科の固定座席式フライト・シミュレータを用いた。シミュレータの外観を Fig.2 に、システム構成を Fig.3 に示す。シミュレータシステムは操縦輪型の操縦装置を持つコックピット、運動方程式計算用のサーバPC、描画用のクライアントPC、そして外部視界投影のためのプロジェクタおよびスクリーンから構成される。サーバPCの計算サイクルは60[Hz] ( $\approx 0.0167[\text{sec}]$ )、3枚の大型スクリーン(120in)に投影される映像の視野角は、左右110[deg]、上下26[deg]である。

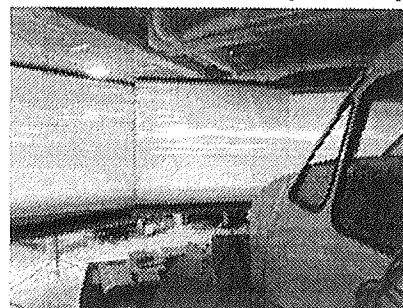


Fig.2 External view of flight simulator

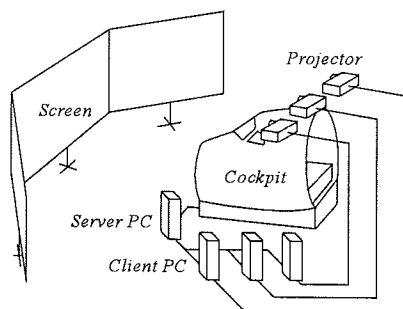


Fig.3 Structure of flight simulator system

### 4.2 実験タスク

Fig.4 にスクリーンに投影される映像と、航空機の姿勢との対応を表した図を示す。パイロットにはピッチ姿勢角の追従タスクを課す。シミュレータスクリーンには目標ピッチ姿勢角バー( $\theta_e$ )と自機のピッチ姿勢角バー( $\theta$ )が投影される。パイロットには両者の誤差( $\theta_e$ )をできるだけ迅速かつ正確にゼロにするよう操縦してもらう。この実験をブロック線図で表現したものを Fig.5 に示す。

テストパイロットは事業用操縦士、試験飛行操縦士等の資格を持つ、知識、経験共に豊富な男性である。また、パイロットには慣熟飛行の機会を与え、機体の動特性を十分把握した後、データ取得飛行を行う。

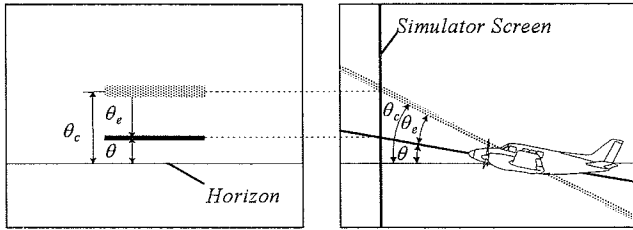


Fig.4 Screen image of flight simulator (left), and aircraft's pitch attitude (right)

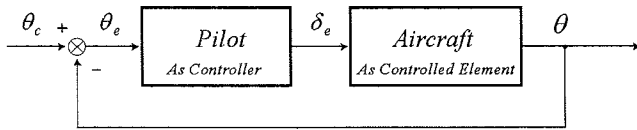


Fig.5 Experiment block diagram

#### 4.3 実験内容

相対関係パラメータには、以下に示すものを選定した。合計 60 ケースの実験を行った。

**固有角振動数比**  $\Omega_r = 30, 15, 6.5$  値が小さくなるにつれ、2 つの運動モードの固有角振動数の接近を模擬する。一般にピッチ姿勢操縦性が劣化する傾向と推測される。Table.2 の値を用いると  $\Omega_r = 15$  が P2V-7 VSA の初期値である。

**減衰比 (固定)** 短周期モード、フゴイドモードのどちらにおいても減衰比  $\zeta$  は高ければ高いほど操縦性が向上することは既知である。従って本研究では Table.2 の減衰比を近似的に、 $\zeta_{sp} = 0.5$ ,  $\zeta_{ph} = 0.0$  に固定して実験を行った。

**初期振幅比**  $K_r = 0.2, 0.3, 1.0, 2$  値が大きくなるにつれ、フゴイドモードが消滅する状態が模擬される。Table.2 の値を用いると、 $K_r = 0.2$  が P2V-7 VSA の初期値であり、フゴイドモードが卓越している。

**初期位相差**  $\Psi_e = 0, -90, -135, -225, -270$  [deg] 絶対値が大きくなるにつれ、短周期モードに対するフゴイドモードの遅れが大きくなる状態が模擬される。Table.2 の値を用いると  $\Psi_e = -135$  [deg] が P2V-7 VSA の初期値である。

これらの相対関係パラメータを設定し、伝達関数に変換するまでのプロセスは付録に述べた。この伝達関数を同伴系と呼ばれる手法で状態方程式に変換する。この状態方程式をフライト・シミュレータに組み込み、航空機の動特性を模擬、人間パイロットによる評価実験を行う。

#### 4.4 取得データ

実験ケースの終了ごとに、以下のデータを取得した。

**パイロット・レイティング** Cooper-Harper のレイティングスケール<sup>9)</sup>を用い、与えられたタスクの達成度及びワークロードに対して 10 段階 (1 が最高評価) で評点をつける。

**ワークロード・レイティング** パイロット・レイティングの中から、ワークロード成分のみを抽出する。パイロットは実験に移る前に、基準となる 2 章の航空機モデルを操縦し、その際に要したワークロードを基準に、実験ケースと比較したワークロードの程度を  $\pm 5$  段階 (-5 が最高評価) で評点をつける。

**パイロット・コメント** タスク遂行を通して、パイロットが感じたこと、レイティング値を決定した理由等を述べてもらう。

**飛行データ** フライト・シミュレータから得られる数値デー

タである。模擬航空機のピッチ姿勢角、エレベータ舵角が記録されており、タスクの達成度や操舵量を定量的に考察する際に使用する。

## 5. 実験結果および考察

各実験ケースで得られた、タスク性能を表す追従誤差  $\theta_e$  の二乗平均平方根値 (Root Mean Square; RMS) とパイロット・レイティング (以下 PR とする) を Fig.6 に示す。また、エレベータ舵角  $\delta_e$  の RMS 値とワークロード・レイティング (以下 WL とする) を Fig.7 に示す。Fig.6, 7 どちらも横軸は初期位相差  $\Psi_e$  であり、網掛けの違いは固有角振動数比  $\Omega_r$  の変化に対応している。また、棒グラフは RMS 値、折れ線グラフはレイティングに対応している。Fig.8 は、相対関係パラメータ ( $\Omega_r$ ,  $K_r$ ,  $\Psi_e$ ) がパイロット評価 (PR, WL) に与える影響を Fig.6, 7 から抽出したものである。例えば、 $\Omega_r = 30$  での実験は 20 ケースあり、そこで得られた PR と WL を全て足し合わせ、20 で割った値を、 $\Omega_r = 30$  での総合パイロット評価とした。Fig.6, 7, 8 の全ての縦軸の値は、小さいほど操縦性が良いことを示す。

### 5.1 固有角振動数比 $\Omega_r$ が操縦性に及ぼす影響

過去に行われた研究で指摘された固有角振動数の比  $\Omega_r$  に着目してみる。その研究結果から推測すると、 $\Omega_r$  の値が小さくなれば操縦性が劣化するはずである。例えば Fig.6 で、 $K_r = 1.0$ ,  $\Psi_e = -135$  (deg) のケースでは  $\Omega_r$  の値が小さくなるに伴い、PR が増える傾向が見られ、 $\Omega_r$  の低下による操縦性の劣化が認められる。しかし、そうしたケースはごくわずかである。ほとんどのケースでは一貫性のない変化をしており、 $\Omega_r$  の低下が操縦性の劣化につながるとは言えない。

### 5.2 初期振幅比 $K_r$ が操縦性に及ぼす影響

初期振幅比  $K_r$  の増加に伴う操縦性の変化に着目してみる。Fig.6, 7 とともに、一貫した変化は見られないが、Fig.8 では操縦性に若干の向上が見られる。 $K_r = 2.0$  では特にタスク性能、パイロット評価ともに良いものが多い。これは  $K_r$  の増加とフゴイドモード成分の縮小との等価性から説明できる。通常の航空機を操縦する際、パイロットは短周期モードの後に発生するフゴイドモードを常に意識している。Fig.1 のステップ応答時歴からも明らかのように、フゴイドモードの卓越領域では定常値からのオーバーシュート量が非常に大きいため、パイロットはそのオーバーシュート量を見込んだ操縦が要求される。また、フゴイドモードは減衰が弱いため、その修正操舵の頻度も多くなる。 $K_r$  が大きくなると、フゴイドモード成分が消滅し、結果としてオーバーシュート量は少なくなる。したがってパイロットは見込み操舵や修正操舵に要するワークロードが低減する。これが高評価へとつながったと考えられる。しかし、全体的に大きな変化は見られず、 $K_r$  は操縦性に支配的な影響を及ぼしていない。

### 5.3 初期位相差 $\Psi_e$ が操縦性に及ぼす影響

初期位相差  $\Psi_e$  の絶対値の増加に伴う操縦性の変化に着目してみると、全ての結果でほぼ同じ傾向を示している。 $\Psi_e = 0$  [deg] での操縦性は相対的に悪いが、 $\Psi_e = -90, -135$  [deg] で操縦性は好転する。しかし、 $\Psi_e = -225, -270$  [deg] では再び劣化に転じるといった“バケット形状”を形成している。さらに、PR の変動量

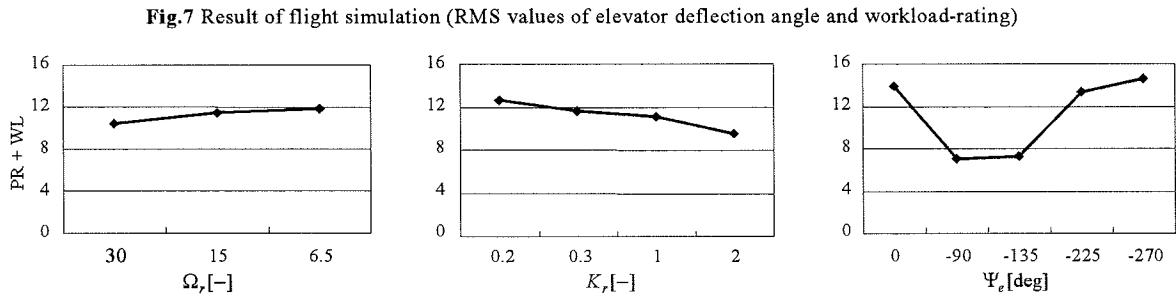
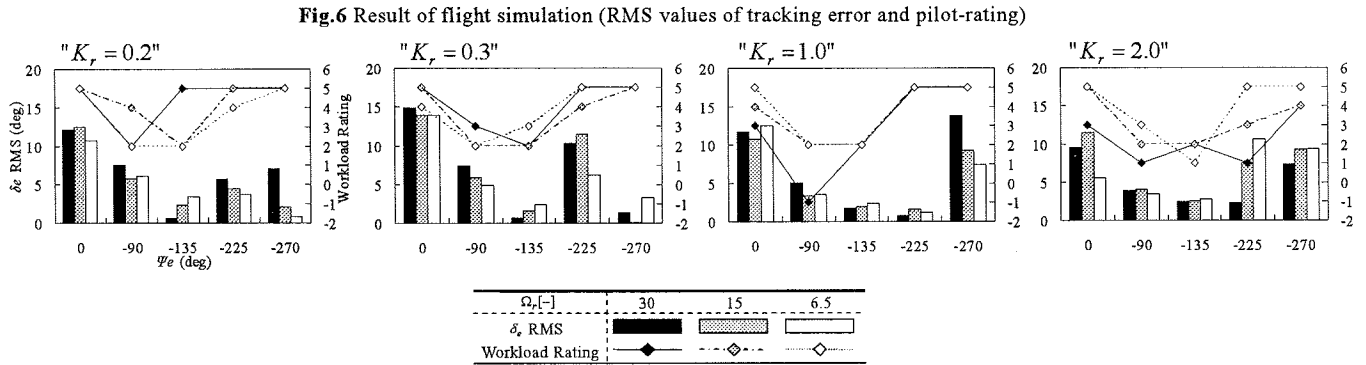
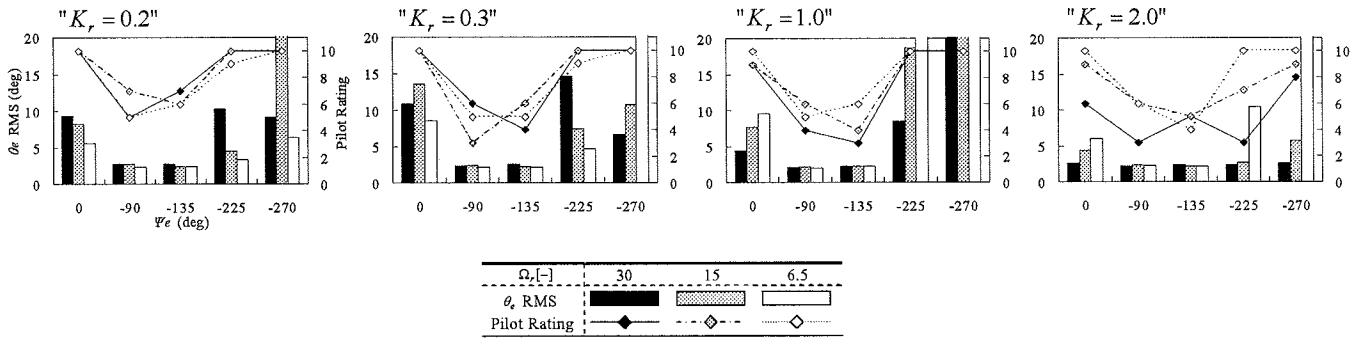


Fig.8 Variation of pilot's evaluation following relative relation parameters

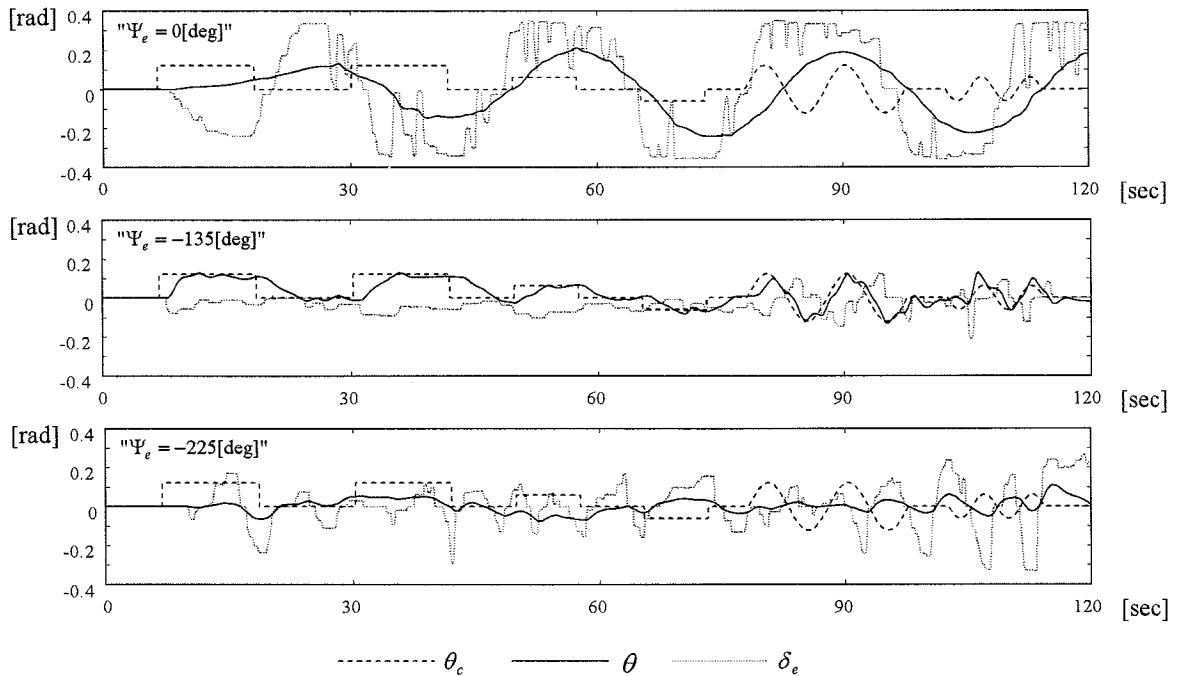


Fig.9 Time history of various pitch attitudes and elevator deflection angle

に着目すると、 $\Omega_r$  や  $K_r$  での変動は最大で4にとどまっているが、 $\Psi_e$  では平均的に5~8もの大きな差異が見られる。

代表として、 $K_r=0.2$ ,  $\Omega_r=15$ ,  $\Psi_e=0, -135, -225$ [deg]における実験の時暦データを Fig.9 に示す。 $\Psi_e=-135$ [deg]では P2V-7 VSA の初期値であり、この場合、P2V-7 VSA を操縦していることにほぼ等しいので、比較的単純なエレベータ入力で目標ピッチ姿勢角に追従できていることがわかる。 $\Psi_e=0$ [deg]ではエレベータを最大限に使用しているにも関わらず、発生するピッチ姿勢角の立ち上りが異常に遅い。そして、大きすぎたエレベータ入力によってフゴイドモード成分が発達、パイロットはフゴイド振動を収束させようと修正操舵を行っているが、その応答も遅いため、振動を抑えることができない。結局、パイロットは与えられたタスクを無視し、振動が散散しないよう操縦するので精一杯の状態であることがわかる。 $\Psi_e=-225$ [deg]では、エレベータ舵角  $\delta_e$  と同じ方向にピッチ姿勢角が発生していることから、応答の反転現象が起こっていることがわかる。(エレベータ舵角  $\delta_e$  の符号は機首下げのモーメントを発生させる方向を正としている。従って通常は  $\delta_e$  が正のとき、ピッチ姿勢角  $\theta$  は負である。) また、発生するピッチ姿勢角も小さい。パイロットは大きなピッチ姿勢角を出力するため大きなエレベータ入力をしたいが、通常とは逆の操舵という不慣れな状況下ではそれが満足にできず、タスクの達成には至っていないことを示していると考えられる。

Fig.8 右図に示されている“バケット形状”は、パイロットにとって好ましい  $\Psi_e$  の範囲が存在していることを示している。ここで、 $\Psi_e$  とピッチ姿勢伝達関数の零点との関係を表すため、Fig.10 に極・零点配置図を示す。但し、Fig.10 はフゴイドモード極の周辺を拡大したものであり、短周期モード極は図の領域の外側にある。

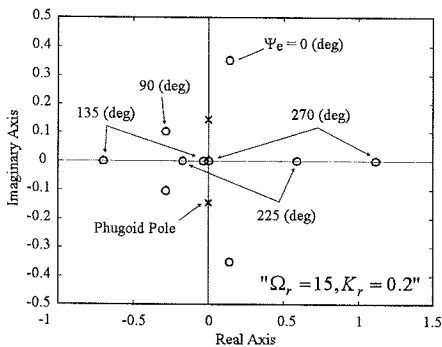


Fig.10 Pole-zero map of pitch attitude transfer function

$\Psi_e=-90, -135$ [deg]では、零点が複素平面上の左半平面に配置されている。しかし  $\Psi_e=0, -225, -270$ [deg]では、零点が複素平面上の右半平面に配置されている。これはパイロットにとって好ましい  $\Psi_e$  であるかどうか、によく一致している。つまり、零点が右半平面に配置される系は、人間パイロットにとって非常に操縦しづらいものであることがわかる。零点のみが右半平面にある系を、零非正則制御系<sup>9)</sup>と呼ぶ。零非正則制御系は応答初期にもたつきや反転が生じるため、一種のむだ時間要素が系に加わったような振る舞いをする。しかも零点は極のようにフィードバック制御で位置を変えることができない。極は安定位置にあるため、ある程度の制御は可能となるが、要求されたタスクに対しての性能は非常に低いものになる。こうした制御対

象が、人間パイロットにとって好ましい特性であるとは言えないであろう。

## 6. 結論

本研究は、2つの運動モードの相対関係がピッチ姿勢操縦性に及ぼす影響を検証した。モードの相対関係を表すパラメータとして固有角振動数の比  $\Omega_r$ 、ステップ応答の初期振幅比  $K_r$ 、および初期位相差  $\Psi_e$  を設定した。これは、ピッチ姿勢伝達関数の、極だけではなく零点も考慮に入れたことを意味している。実験の結果、本研究は人間パイロットによるピッチ姿勢操縦性に最も重要な役割を果たしているのは初期位相差  $\Psi_e$  であると結論付ける。一般に、ピッチ姿勢操縦性の劣化は固有角振動数の比  $\Omega_r$  の低下が原因であると言われているが、今回の実験ではその影響は  $\Psi_e$  と比べるとごくわずかであった。初期位相差  $\Psi_e$  は、応答時暦における  $t=0$ [sec] を基準としたパラメータである。このパラメータが操縦性に大きな影響を及ぼしたということは、人間-機械系において、人間パイロットは航空機の“応答の初動”に大きな関心を持っている事を示唆している。そしてその初動が、人間パイロットにとって好ましいものかどうか、これは航空機のピッチ姿勢伝達関数が零非正則制御系であるか否か、によって説明できることがわかった。このことは、航空機だけに留まらず、2つの固有振動モードを有する他のシステムにおいても、適用できると思う。

今回の実験では、伝達関数の係数値を変化させた後、それを運動方程式に変換したものをフライト・シミュレータに組み込んだ。従って、通常存在し得ない航空機を模擬していたことも考えられる。今後は、零非正則制御系となる航空機モデルの条件から、有次元空力微係数との関連を導き、物理的な裏づけを行ってゆく予定である。

## 付録

### 航空機モデルと相対関係パラメータとの関係

式(2)の航空機モデルを表す伝達関数と、相対関係パラメータ(初期振幅比  $K_r$  と初期位相差  $\Psi_e$ )との関係を以下に示す。これは式(3)の逆ラプラス変換から説明できる。

$$\theta(s) = \frac{Es^2 + Fs + G}{(s^2 + 2\omega_{nsp}\zeta_{sp}s + \omega_{nsp}^2)(s^2 + 2\omega_{nph}\zeta_{ph}s + \omega_{nph}^2)} \cdot \frac{\delta_{e0}}{s} \quad (3)$$

式(3)を部分分数展開すると、次式となる。

$$\theta(s) = \frac{Ps + Q}{(s^2 + 2\omega_{nsp}\zeta_{sp}s + \omega_{nsp}^2)} + \frac{Rs + T}{(s^2 + 2\omega_{nph}\zeta_{ph}s + \omega_{nph}^2)} + \frac{\delta_{e0} \cdot U}{s} \quad (1A)$$

ここで、式(1A)右辺各項の分子多項式の係数(P, Q, R, T, U)は、以下の線形連立方程式から求める。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2\zeta_{ph}\omega_{nph} & 1 & 2\zeta_{sp}\omega_{nsp} & 1 & 2(\zeta_{sp}\omega_{nsp} + \zeta_{ph}\omega_{nph}) \\ \omega_{nph}^2 & 2\zeta_{ph}\omega_{nph} & \omega_{nsp}^2 & 2\zeta_{sp}\omega_{nsp} & \omega_{nsp}^2 + \omega_{nph}^2 + 4\zeta_{sp}\omega_{nsp}\zeta_{ph}\omega_{nph} \\ 0 & \omega_{nph}^2 & 0 & \omega_{nsp}^2 & 2\omega_{nsp}\omega_{nph}(\zeta_{sp}\omega_{nph} + \zeta_{ph}\omega_{nsp}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{nsp}^2\omega_{nph}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \\ T \\ U \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \\ F \\ G \end{bmatrix} \delta_{e0} \quad (2A)$$

式(1A)右辺各項を逆ラプラス変換する。変換公式<sup>7)</sup>を式(1A)に適用すると、以下の時間領域でのステップ応答が求まる。

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \frac{P}{\beta_{sp}} \sqrt{\left(\frac{Q}{P} - \alpha_{sp}\right)^2 + \beta_{sp}^2} \cdot \exp(-\alpha_{sp}t) \cdot \cos\left(\beta_{sp}t + \tan^{-1}\frac{\beta_{sp}}{\left(\frac{Q}{P} - \alpha_{sp}\right)} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &+ \frac{R}{\beta_{ph}} \sqrt{\left(\frac{T}{R} - \alpha_{ph}\right)^2 + \beta_{ph}^2} \cdot \exp(-\alpha_{ph}t) \cdot \cos\left(\beta_{ph}t + \tan^{-1}\frac{\beta_{ph}}{\left(\frac{T}{R} - \alpha_{ph}\right)} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &+ \delta_{e0} \cdot U \\ &= \theta_{sp}(t) + \theta_{ph}(t) + \theta_{steady} \end{aligned} \quad (3A)$$

ここで、式(3A)中の $\alpha_*$ 、 $\beta_*$ は添え字“\*”の運動モードに対応する特性根(極)の実数部( $\alpha_* = \zeta_* \omega_{n*}$ )および虚数部( $\beta_* = \omega_{n*} \sqrt{1 - \zeta_*^2}$ )である。

最終的に初期振幅比 $K_r$ と初期位相差 $\Psi_e$ は次式で表現できる。

$$K_r = \frac{|k_{sp}|}{|k_{ph}|} = \frac{\frac{P}{\omega_{nsp} \sqrt{1 - \zeta_{sp}^2}} \sqrt{\left(\frac{Q}{P} - \zeta_{sp} \omega_{nsp}\right)^2 + \omega_{nsp}^2 (1 - \zeta_{sp}^2)}}{\frac{R}{\omega_{nph} \sqrt{1 - \zeta_{ph}^2}} \sqrt{\left(\frac{T}{R} - \zeta_{ph} \omega_{nph}\right)^2 + \omega_{nph}^2 (1 - \zeta_{ph}^2)}} \quad (4A)$$

$$\Psi_e = \varphi_{sp} - \varphi_{ph} = \tan^{-1} \frac{\omega_{nsp} \sqrt{1 - \zeta_{sp}^2}}{\left(\frac{Q}{P} - \zeta_{sp} \omega_{nsp}\right)} - \tan^{-1} \frac{\omega_{nph} \sqrt{1 - \zeta_{ph}^2}}{\left(\frac{T}{R} - \zeta_{ph} \omega_{nph}\right)} \quad (5A)$$

式(4A)、(5A)より、初期振幅比 $K_r$ と初期位相差 $\Psi_e$ は航空機モデルを表す伝達関数(式(2))の分母多項式(極)と、P、Q、R、Tの4つの変数によって表される。式(2A)よりP、Q、R、Tは伝達関数の分子多項式係数E、F、Gによって決まる。従って、極が固定であれば $K_r$ と $\Psi_e$ は2つの零点によって変化する。

以上の作業を逆行すれば、所望の初期振幅比 $K_r$ と初期位相差 $\Psi_e$ を同時に満たす零点の位置が分かり、伝達関数として表現できる。しかし、式(4A)、(5A)をP、Q、R、Tについて解析解を導くことは困難であるので、本研究では、Fig. 1Aに示すような等高線図を元に零点位置を近似的に求めた。

Fig. 1Aは零点の位置によって $K_r$ と $\Psi_e$ がどのように変化するかを示している。但し、Fig. 1Aは $\Omega_r = 15$ 、 $\zeta_{sp} = 0.5$ 、 $\zeta_{ph} = 0.0$ の場合で、フゴイドモード極の周囲を拡大してあり、短周期モ

ードの極は図の領域の外側にある。この図を用いると、実線と破線の交点座標によって、 $K_r$ と $\Psi_e$ を同時に満たす零点の座標が求められる。Fig. 1Aでは零点が図の位置にあるとき、 $K_r = 0.3$ 、 $\Psi_e = -90[\text{deg}]$ であることを示している。所望の $K_r$ と $\Psi_e$ を同時に満たす等高線の交点を見つけ、更にその付近を繰り返し計算して精度を上げてゆけば、零点位置を解析解に限りなく近い値にすることができる。

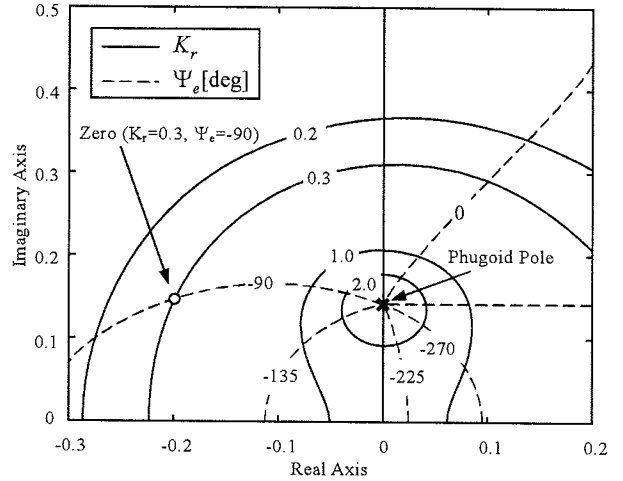


Fig. 1A Contour map of relative relationship parameters

謝辞 本研究におけるフライト・シミュレータ実験の実施に際して、元航空宇宙技術研究所のテストパイロット、照井祐之氏にご協力いただきました。この場を借りて、深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Grantham D. William, et al.: Fixed-Base Simulator Study of an Externally Blown Flap STOL Transport Airplane during Approach and Landing, NASA TN D-6898, (1972).
- 2) Heffley K. Robert, et al.: Airworthiness Criteria Development for Powered-Lift Aircraft, NASA CR-2791, (1977).
- 3) Military Specification: Flying Qualities of Piloted Airplanes MIL-F-8785C, (1980).
- 4) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治:「航空機力学入門」, 東京大学出版会, (1982).
- 5) G. E. Cooper, R. P. Harper: The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities, NASA TN D-5153, (1969).
- 6) 伊藤正美:「自動制御概論[上]」, 昭晃堂, (1997).
- 7) 日本機械学会, 「JSME テキストシリーズ 制御工学」, 日本機械学会, (2002).