

支持点の変位差を伴う運動方程式の定式化と動的応答解析

中野友裕^{*1}・太田良巳^{*2}

Formulation of Equation of Motion for Displacement Difference between Support Points of Bridge to Analyze Dynamic Response

by

Tomohiro NAKANO^{*1} and Yoshimi OHTA^{*2}

(Received on March 31, 2007 & Accepted on July 4, 2007)

Abstract

Bridge damage due to surface earthquake faults has been observed after earthquakes but is not considered in the current seismic design of bridges. In this research, an equation of motion for the displacement difference between support points of a bridge due to a surface earthquake fault is formulated using a beam element model with 3 degrees of freedom. Furthermore, the dynamic behavior of bridges is analyzed on the basis of observed data. As a result, inertial forces caused by ground acceleration are shown to be of great importance in evaluating the dynamic response of structures.

Keywords: Equation of Motion, EPS Method, Surface Earthquake Fault

1. はじめに

1998年のトルコ・コジャエリ地震¹⁾や1999年に発生した台湾集集地震²⁾では、地表の変形により土木構造物に大きな被害が発生した。この被害の形式は、それまでに発生した巨大地震(1994年ノースリッジ地震や1995年兵庫県南部地震など)時に見られた被害とは異なった原因によりもたらされたものであった。兵庫県南部地震に代表される地震では、それまでの常識をくつがえす極めて大きな地震加速度が観測され、その加速度による慣性力の作用により甚大な被害もたらされた。一方で断層運動に代表される地表面の食い違いが生じた場合には、構造物の支持点の移動による影響を受ける。とりわけ橋梁構造物のように離れた複数の地点で支持されている構造形式を考えた場合、支持点間に相対変位が生じることによる構造物への影響は極めて大きい。これらのことから、近年、強震記録はいまでもなく、地表変位や残留変位も耐震設計上重要であるという認識が広がってきた。

これまでに、断層そのものをモデル化して地震動シミュレーションを行うことで断層近傍各点における加速度波形や変位波形を予測する方法が提案されている³⁾。また、断層変位を静的な変位増加にモデル化した構造物の破壊進展解析も行われている^{4),5)}。それらの成果をさらに実際の挙動予測や設計に用いるためには、支点の変位差を考慮しつつ、加速度による慣性力の影響を評価する方法を確立することが必要である。

以上の観点から、本研究では支点の変位差を伴う場合の運動方程式の定式化を試みた。次いで、台湾集集地震の観測記録をEPS法により2階積分することで支点の変位波形を求めた。そ

れらの波形を定式化された運動方程式に適用することで、実際のラーメン橋の挙動を動的応答解析により求めた。なお、本稿においては、第一著者が運動方程式の定式化と動的応答解析ならびに総括、第二著者がEPS法による地震波形の作成を行ったものである。

2. 支持点の変位差を伴う運動方程式の定式化

全自由度の変位ベクトルを X で表すと、減衰を無視した運動方程式として次式が得られる。

$$M\ddot{X} + KX = F \quad (1)$$

M は質量マトリクス、 K は剛性マトリクスである。ここで X を、固定端自由度の集まり u_1 、 u_2 およびそれ以外の自由度の集まり X_s に分ける (図-1)。すなわち、

$$X = \begin{Bmatrix} X_s \\ u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

いま、静的に u_1 、 u_2 の強制変位を与えたときの変位を X_s^0 とすると、次式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_s^0 \\ u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

* 1 工学部土木工学科准教授

* 2 日本物理探鑛株式会社技術本部環境防災部

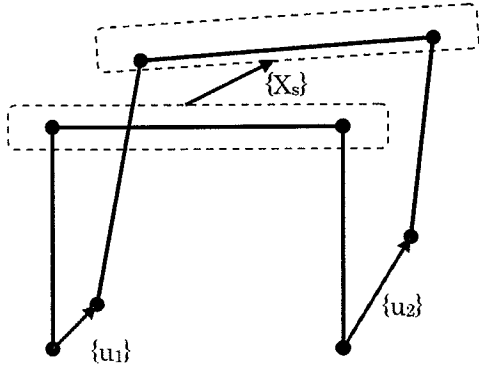


図-1 支持点の変位差を伴う運動

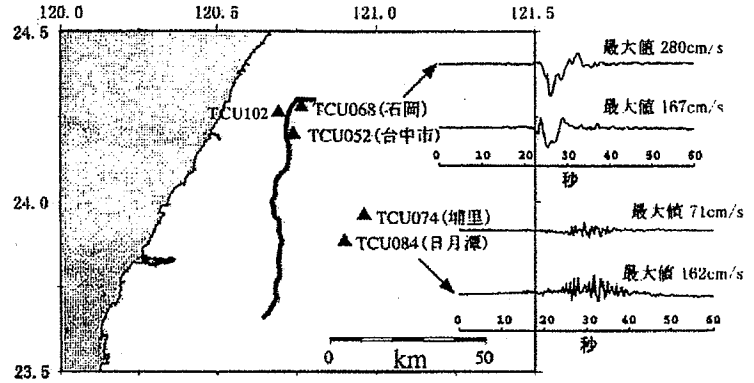
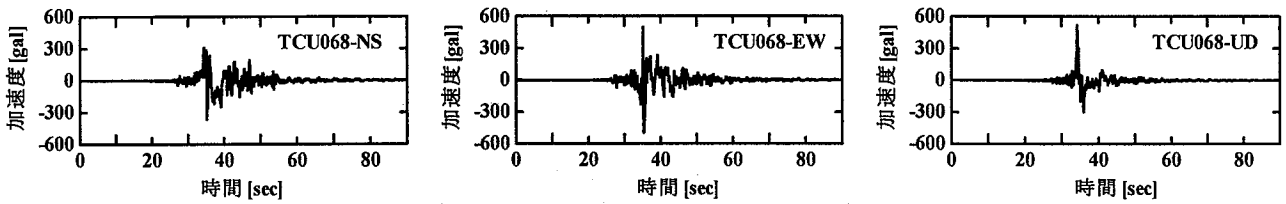
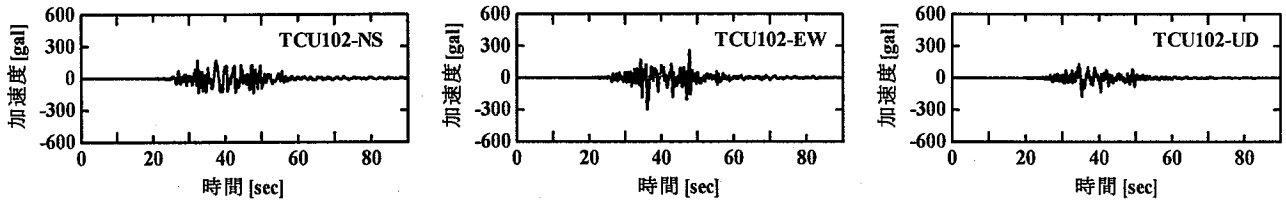


図-2 台湾集集地震・断層近傍での観測点位置 (文献⁸⁾ に加筆)



a) TCU068 地点における加速度記録



b) TCU102 地点における加速度記録

図-3 台湾集集地震時に断層近傍で観測された加速度波形

ここに、 F_1 、 F_2 は固定自由度に発生する反力である。(3)式の第1行を展開すると、

$$K_{11}X_s^0 + K_{12}u_1 + K_{13}u_2 = 0 \quad (4)$$

$$X_s^0 = -K_{11}^{-1}(K_{12}u_1 + K_{13}u_2) \quad (5)$$

次に、(5)式で表される静的な変形 X_s^0 から動的作用により発生している変形を X_s^1 とおくと、絶対変位は次式で表される。

$$X_s = X_s^0 + X_s^1 \quad (6)$$

ここで(1)式を(2)-(3)式の形で表すと、(7)-(8)式が得られる

$$M \begin{Bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} X_s \\ u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} M_s & 0 & 0 \\ 0 & M_{u1} & 0 \\ 0 & 0 & M_{u2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_s \\ u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

(8)式の第1行に着目すると、

$$M_s \ddot{X}_s + K_{11}X_s + K_{12}u_1 + K_{13}u_2 = 0 \quad (9)$$

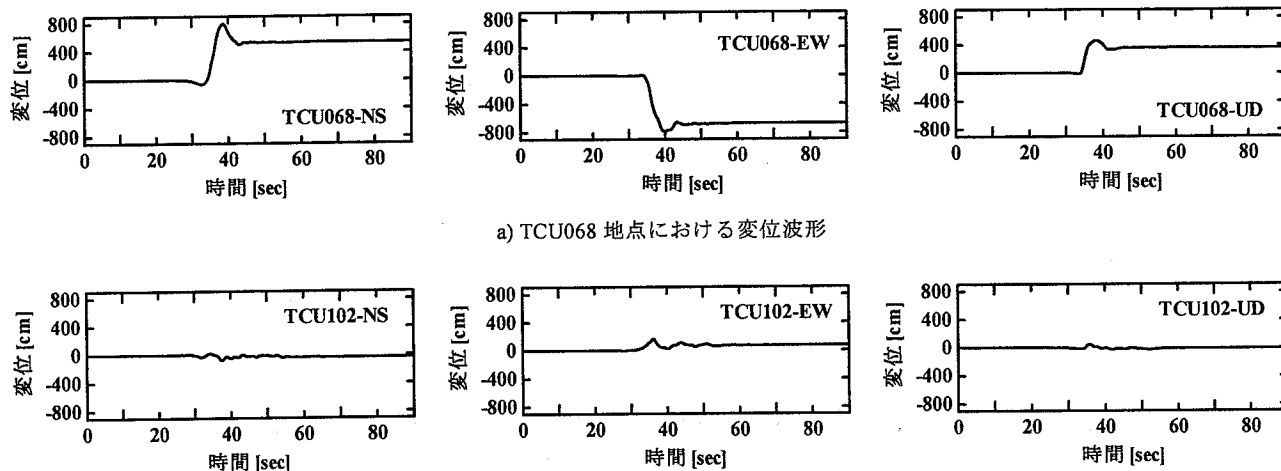
(6)式を(9)式に代入すると、

$$M_s (\ddot{X}_s^0 + \ddot{X}_s^1) + K_{11}(X_s^0 + X_s^1) + K_{12}u_1 + K_{13}u_2 = 0 \quad (10)$$

従って、

$$M_s (\ddot{X}_s^0 + \ddot{X}_s^1) + K_{11}X_s^1 + K_{11}X_s^0 + K_{12}u_1 + K_{13}u_2 = 0 \quad (11)$$

(4)式の関係 $K_{11}X_s^0 + K_{12}u_1 + K_{13}u_2 = 0$ を(11)式に代入すると



a) TCU068 地点における変位波形
 b) TCU102 地点における変位波形
 図-4 EPS 法により算出された変位波形

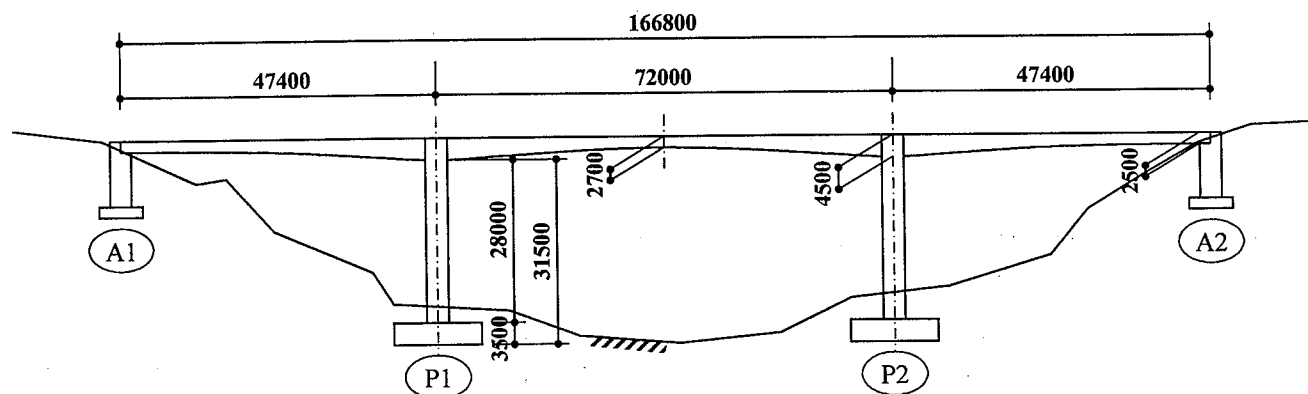


図-5 解析対象とした3径間連続ラーメン箱げた橋⁹⁾

$$M_s \ddot{X}_s^1 + K_{11} X_s^1 = -M_s \ddot{X}_s^0 \quad (12)$$

(12)式は更に(5)式を代入することにより、

$$M_s \ddot{X}_s^1 + K_{11} X_s^1 = M_s K_{11}^{-1} (K_{12} \ddot{u}_1 + K_{13} \ddot{u}_2) \quad (13)$$

この方程式を数値的に解くと、時刻歴での X_s^1 が得られる。この X_s^1 は静的な変形 X_s^0 を基準とした位置から動的な作用により発生している変形であるから、絶対変位量 X_s を求めるためには(5)式を用いて X_s^0 を求めておく必要がある。すなわち、

$$X_s = X_s^0 + X_s^1 = -K_{11}^{-1} (K_{12} u_1 + K_{13} u_2) + X_s^1 \quad (14)$$

3. 強震記録による地表面の永久変位の推定^{6), 7)}

定義では加速度を2階積分すると、変位(位置)が求められる。従って、地震時に得られた加速度記録を積分すると、速度や変位を求めることは可能である。しかし、実際に加速度記録を積分すると、多くの場合、電子記録に存在するバックグラ

ドノイズによって速度・変位のグラフが発散する方向の応答を示す。このような応答を示す要因としては、バックグラウンドノイズに影響を与える積分定数が原因だと考えられる。そこで加速度記録より積分されて得られる速度および変位応答において、バックグラウンドノイズの影響を計算過程から除きながら計算するEPS法⁷⁾を導入し変位波形を算出する。この手法では、数値積分する際に、加速度記録の値はある一定の値(EPS)以下のものを0とみなして計算する。

EPS法を用いて、1999年台湾集集地震において観測された2観測点(TCU068・TCU102)の加速度波形から変位を算出した。観測点の位置を図-2に、観測加速度波形を図-3に、EPS法により算出された変位波形を図-4にそれぞれ示す。TCU068側では非常に大きな残留変位が発生しているが、TCU102側ではほとんど残留変位は生じていない。これらの相違が構造物の支持点に変位差を与えることになる。

4. ラーメン橋を対象にした動的応答解析

4.1 解析対象としたラーメン橋

3章で作成された地震動を、2章の定式化に基づく運動方程式に基づいて作用させることにより、強制変位差を伴った加速

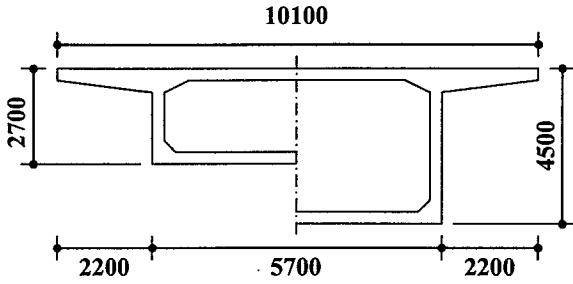


図-6 主桁断面図

表-1 材料諸元

	コンクリート 圧縮強度	鉄筋	PC 鋼材
上部構造	40.8 MPa	SD345	SBPR930/1180 φ 32mm
橋脚	24.5 MPa	SD345	---
フーチング	24.5 MPa	SD345	---

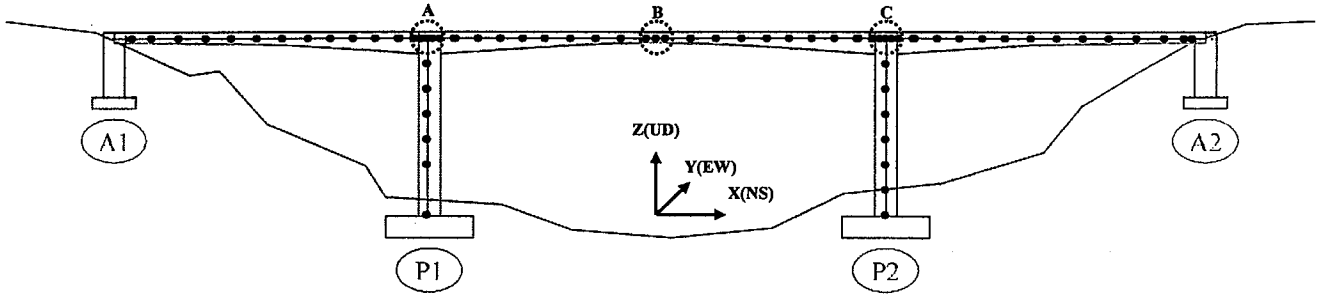
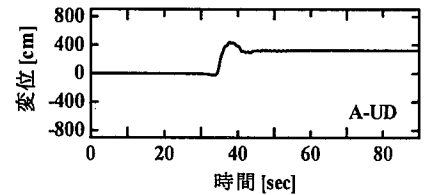
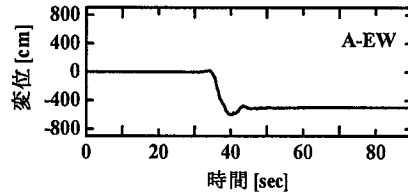
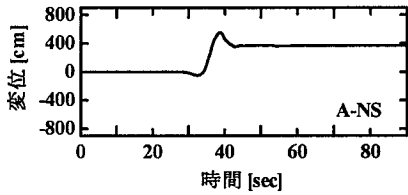
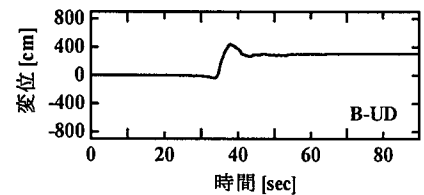
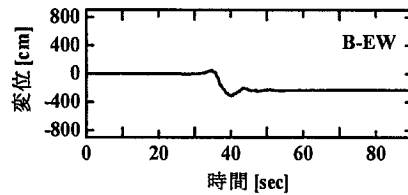
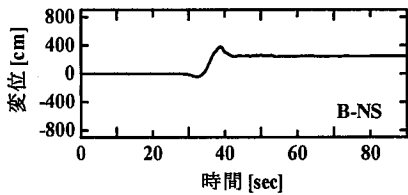


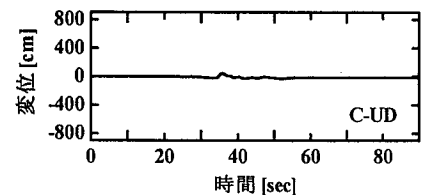
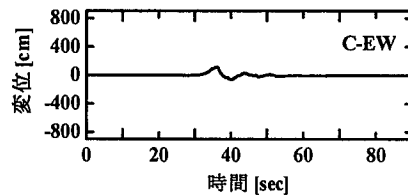
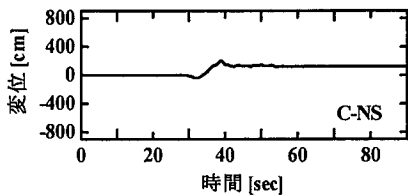
図-7 3径間連続ラーメン箱げた橋のモデル化



a) P1 橋脚直上 A 点における絶対変位応答波形



b) 中央径間中央 B 点における絶対変位応答波形



c) P2 橋脚直上 C 点における絶対変位応答波形

図-8 主要点における絶対変位応答波形

度入力時の構造物の応答を計算することができる。そこで、文献⁹⁾において試設計されている3径間連続ラーメン橋を対象にした弾性応答解析を実施する。

解析橋梁の構造を図-5、図-6に、材料諸元を表-1に示す。支間割は47.400m+72.000m+47.400mとなっており、フーチングから橋げた天端までの高さは32.500mである。なお、基礎はいず

れの橋脚・橋台も直接基礎である。

4.2 対象構造物のモデル化と解析条件

上記の3径間連続ラーメン橋を、3次元はり要素を用いて73節点72要素にモデル化する(図-7)。質量マトリクス・剛性マトリクスの算出の際に用いる質量・断面定数はいずれも文献⁹⁾

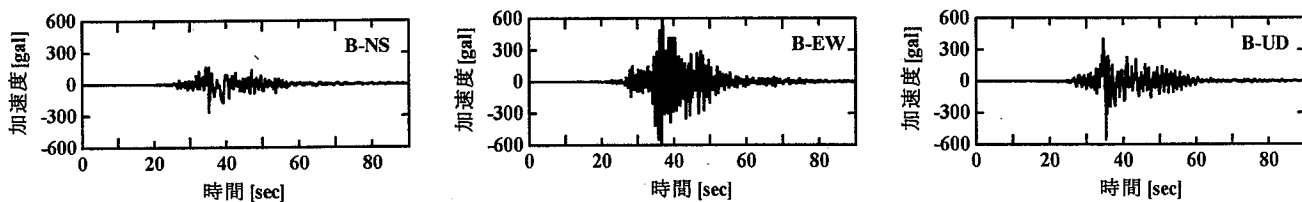


図-9 中央径間中央 B 点における絶対加速度応答波形

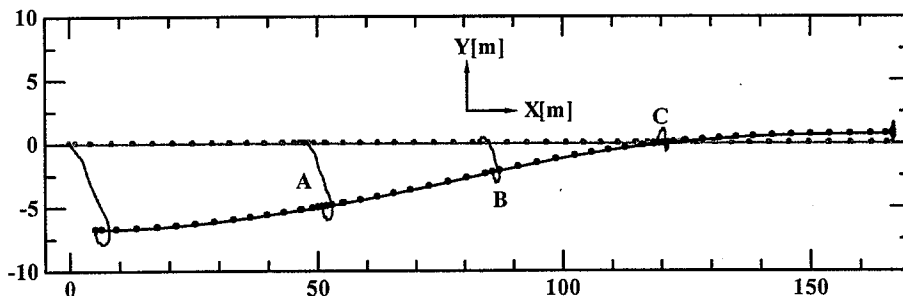


図-10 桁の最終変形状態と支点ならびに A,B,C 点の X-Y 平面内応答履歴

の値を用いている。

支持条件については、本解析が強制変位差を伴う加速度入力を考えるので、支承や地盤ばねを完全に無視し、いずれも完全に固定として解析を行っている。

時刻歴応答解析には Newmark β 法 ($\beta=1/4$) を採用した。なお、上記の (13) 式は、非減衰の場合の方程式なので、減衰を考慮する場合の扱いが問題となるが、同式の左辺に出てくる Ms および K_{11} は、固定端に同一波形を入力する場合に従来用いられる運動方程式のマトリクスと全く同一であることから、従来用いられる減衰マトリクスの設定を用いても差し支えないと考える。従って本解析では、Ms および K_{11} から算出される Raileigh 減衰マトリクスを用いて計算を行う (減衰定数は 1 次・2 次ともに 0.05)。

地震波は、A1・P1 に TCU068 の 3 成分を、P2・A2 に TCU102 の 3 成分を入力する、このことは、図-5 における P1 と P2 の間に断層が生じた状態を想定していることになる。

4.3 解析結果

図-3、図-4 の地震波形を入力したときの構造物の応答を、図-7 中に示す点 A, B, C の位置における絶対変位応答で表したものを図-8 に示す。TCU068 の波形を入力した側にある A 点では、残留変位が大きく発生するのに対し、TCU102 の波形を入力した側にある C 点では、いずれの方向においてもほとんど残留変位が生じていない。TCU068 は残留変位が大きく発生する波形であり、TCU102 がほとんど発生しない波形であることを考え合わせれば、これらの結果は極めて妥当である。

また、いずれの変位応答波形を見ても、最終的な変位量に収斂する前に振動が発生していることがわかる。このことは断層運動をモデル化するには変位を静的に漸増させるだけでは不十分であり、慣性項を考慮した解析が必要であることを示している。点 B における絶対加速度応答を図-9 に示す。いずれの方向にも大きな加速度が生じており、その結果静的変位漸増解析では考慮できない慣性力が作用していることが分かる。

図-10 に、X-Y 平面内における橋桁の最終状態の変形図ならびに、2 支点と点 A, B, C の応答履歴を描いた図を示す。この図からも変位応答履歴は支点の静的な移動だけでなく、慣性力による変位応答の増大が認められる。

これらのことから、従来の研究で行われてきた静的変位漸増解析による断層運動の表現は、安全側の結果を与えることにはならないと考えられる。本解析は弾性解析であるが、断層を跨ぐ構造物や遠隔支持点を有する構造物に対する解析において、支持点の変位差を伴う加速度入力を考慮する必要性が極めて高いことが示されたと言える。

5. まとめ

本稿では、従来の地震応答解析に用いられる運動方程式では考慮されていない支持点間の変位差を考慮した運動方程式の定式化を行った。また、支持点間の変位差が存在する断層近傍での地震記録を数値積分することにより断層変位の時刻歴挙動を変位波形の形で作成した。さらにそれら 2 つを組み合わせることで、支持点間に変位差が生じながら慣性力の作用を受ける系の応答を明らかにした。その結果、構造物の応答には、支持点の強制変位差だけでなく、慣性力も無視できないほどに影響を与えることが解析的に示された。

今後は、構造物の損傷を考慮した解析を行い、慣性力が損傷に与える影響を定量的に評価していく予定である。

なお、本研究は、平成 18 年度科学研究費補助金の援助を受けて行った研究の一部である。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 川島一彦, 鈴木猛康, 橋本隆雄: トルコ・コジャエリ地震による交通施設の被害概要, 橋梁と基礎, pp. 45-51, 2000. 2
- 2) 運上茂樹: 1999 年 9 月 21 日台湾集集地震による橋梁被害, 道路, pp. 55-58, 2000. 2

- 3) 水本学千, 坪井利弘, 三浦房紀: 3次元FEMによる断層モデルの解析に関する基本的検討, 土木学会論文集, No. 780/I-70, pp. 27-40, 2005
- 4) 日本コンクリート工学協会九州支部: 断層変位を受けるコンクリート系橋梁の耐震安全性に関する研究専門委員会報告書, 2002
- 5) 中野友裕, 河野直也, 田邊忠顕: 断層変位方向によるRCアーチ橋の耐震性能に関する解析的研究, 構造工学論文集, Vol. 52A, pp. 979-987, 2006
- 6) たとえば, アイダグン・オメル, 太田良巳: 地震断層近傍における地震動の特徴とその評価, 近年の国内外で発生した大地震の記録と課題, pp. 114-119, 2006
- 7) 太田良巳: 地震断層の運動に伴う地震動および地表変形の特徴に関する基礎的研究, 東海大学大学院海洋学研究科修士学位論文, 2006
- 8) 日本地震学会: 1999年台湾集集地震(9月21日)の強震動と被害, なみふる, 第18号, pp. 2-3,
<http://wwwsoc.nii.ac.jp/ssj/publications/NAIFURU/vol18/v18p2.html>
- 9) 日本道路協会: 道路橋の耐震設計に関する資料—PCラーメン橋・RCアーチ橋・PC斜張橋・地中連続壁基礎・深礎基礎等の耐震設計計算例—, pp. (2-1)-(2-90), 1998