

二軸圧縮負荷を受けるアングラプライ積層矩形板の二次座屈特性

根本 圭一*¹・辻本 真之*²・粕谷 平和*³

Secondary Buckling Characteristics of Angle-Ply Laminated Rectangular Plates under Biaxial Compressive Loads

by

Keiichi NEMOTO, Masayuki TSUJIMOTO and Hirakazu KASUYA

(Received on Sep. 30, 2007, accepted on Dec. 25, 2007)

Abstract

Advanced fiber-reinforced laminated plates have been used for structural members in various fields because of their high specific strength and stiffness. This paper examines the secondary buckling stress of angle-ply laminated rectangular plates, which are supported in a simply manner four edges, under biaxial compression. A method based on the second variation of the total potential energy is proposed for evaluating the stability of the post-buckling equilibrium state and the inevitable secondary buckling is derived analytically. The inevitability of secondary buckling stress is proved analytically and the effects of various factors, such as lamination angle, biaxial compressive load ratio, and plate aspect ratio, are clarified.

Keywords: Structural analysis, Composite materials, Secondary buckling, Angle-ply rectangular laminated plates, Biaxial compression

1. 緒言

航空機は構造の軽量化が強く要求されており、従来のアルミ合金やチタン合金に比べ、比強度、比剛性の高い先進複合材料と呼ばれる CFRP (炭素繊維強化プラスチック) などからなる積層複合方式が民間航空機の主翼一次構造材等へ採用され、世界的に注目を浴びている。このような異方性材料よりなる積層複合材料構造では、圧縮荷重が作用する場合に弾性座屈現象が起りやすくなり、座屈荷重が構造設計の基準となることが多い。特に、積層板は座屈後も荷重低下がなく^{1)~9)}、耐荷能力があるため座屈後も使用可能であり、その状態での変形ならびに安定問題は学問的に興味深いのみでなく、実用上の見地からも非常に重要であることは言うまでもない。そこで、著者の一人は前報⁵⁾において、二軸圧縮負荷を受けるクロスプライ積層板の座屈後の安定性に与える各種パラメータの影響について理論的に明らかにした。

本論文では、周辺単純支持され、二軸圧縮負荷を受ける直交異方性アングラプライ積層矩形板を例に取り、二次座屈応力の

特性に与える諸因子の影響、例えば積層角、板のアスペクト比、二軸圧縮荷重比の影響を解析的手法によって明らかにする。さらに、一次座屈値と二次座屈値の関係についても示す。

2. 積層矩形板の座屈解析法

2.1 二軸圧縮負荷を受けるアングラプライ積層板の一次座屈解析

Fig.1 に示すような板幅 a , b , 板厚 h の積層板の一隅を座標原点とし、 x , y , z 軸方向の変位をそれぞれ u , v , w とする。 N_x , N_y の二軸圧縮負荷を受ける直交異方性アングラプライ積層矩形板の一次座屈値は次式で示される¹⁰⁾。

$$\bar{N}_x = \pi^2 \frac{D_{11} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b}\right)^4}{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + k_y \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (1)$$

ここで、 $D_{ij}(i,j=1,2,6)$ は積層矩形板の曲げ剛性、 $k_y = N_y / N_x$ は二軸圧縮荷重比、 m は一次座屈時の x 方向の半波数、 n は y 方向の半波数をそれぞれ示す。よって、式(1)から一次座屈値は積層板の曲げ剛性の他に板の形状寸法、二軸圧縮荷重比 k_y の関数であり、各種の波数 m , n の整数値に対する最小値が一次座屈値

* 1 : 横浜ゴム株式会社 航空部品技術部

* 2 : 工学研究科機械工学専攻修士課程

* 3 : 工学部動力機械工学科教授

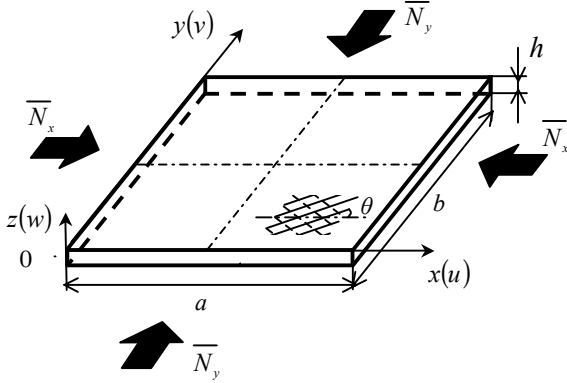


Fig.1 Configuration and coordinates of angle-ply laminated rectangular plates under biaxial compressive loads.

である。さらに $\sigma_x = \bar{N}_x / h$, 無次元座屈応力 $K = \sigma_x b^2 / E_T h^2$ とおくと、式(1)は次式のように整理される。

$$K = \frac{\pi^2}{E_T h} \frac{D_{11} \left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 + 2(D_{12} + 2D_{66})n^2 + D_{22}n^4 \left(\frac{\lambda}{m}\right)^2}{1 + k_y \lambda^2 \left(\frac{n}{m}\right)^2} \quad (2)$$

ここで、 $\lambda = a/b$ は板のアスペクト比を示し、 E_T は単層板の繊維と直角方向のヤング率を示す。

2.2 二軸圧縮荷を受けるアングラプライ積層板の二次座屈解析

Fig.1 に示されるように、周辺単純支持され、 N_x 、 N_y の二軸圧縮荷を受ける直交異方性アングラプライ積層矩形板の一次座屈後の境界条件は次式で示される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{面外境界条件：} \\ x=0, a \text{ で } w = w_{,xx} = 0 \\ y=0, b \text{ で } w = w_{,yy} = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{面内境界条件：} \\ x=0, a \text{ で } u \text{ は } y \text{ 軸に沿って一定で} \\ \int_0^b N_x dy = -\bar{N}_x b, \quad N_{xy} = 0 \\ y=0, b \text{ で } v \text{ は } x \text{ 軸に沿って一定で} \\ \int_0^a N_y dx = -\bar{N}_y a, \quad N_{xy} = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

ここで、添え字“ x ”, “ y ”は x , y に関する偏微分を意味する。

板厚方向の面外境界条件を満足するように、一次座屈後のたわみ波形 w を次式のように近似表示する。

$$w = w_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (5)$$

そして、上式(3)を適合方程式に代入し、面内境界条件式(4)を満足する応力関数 F を求めると、次式のようなになる。

$$F = \frac{w_{mn}^2}{32h} \left\{ \frac{1}{H_{22}} \left(\frac{an}{mb}\right)^2 \cos \frac{2m\pi x}{a} + \frac{1}{H_{11}} \left(\frac{mb}{an}\right)^2 \cos \frac{2n\pi y}{b} \right\} - \frac{\sigma_x y^2}{2} - \frac{\sigma_y x^2}{2} \quad (6)$$

一次座屈後の平衡状態の安定判別は、変位成分に関する全ポテンシャルエネルギーの第2変分の正負から議論できる。

第2変分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta^2 \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\frac{1}{h} \left\{ \frac{\delta N_x^2}{E_x} + \frac{\delta N_y^2}{E_y} - \left(\frac{v_x}{E_x} + \frac{v_y}{E_y} \right) \delta N_x \delta N_y \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\delta N_{xy}^2}{G_{xy}} \right\} + \{ N_x \delta w_{,xx}^2 + N_y \delta w_{,yy}^2 + 2N_{xy} \delta w_{,xx} \delta w_{,yy} \} \right. \\ & \left. + \{ D_{11} \delta w_{,xx}^2 + 2D_{12} \delta w_{,xx} \delta w_{,yy} \right. \\ & \left. + D_{22} \delta w_{,yy}^2 + 4D_{66} \delta w_{,xy}^2 \right] dx dy \quad (7) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{array}{l} \delta N_x = E_x h [\delta u_{,xx} + w_{,xx} \delta w_{,xx} \\ \quad + v_y (\delta v_{,yy} + w_{,yy} \delta w_{,yy})] / (1 - \nu_x \nu_y) \\ \delta N_y = E_y h [\delta v_{,yy} + w_{,yy} \delta w_{,yy} \\ \quad + v_x (\delta u_{,xx} + w_{,xx} \delta w_{,xx})] / (1 - \nu_x \nu_y) \\ \delta N_{xy} = G_{xy} h [\delta u_{,xy} + \delta v_{,xy} + w_{,xx} \delta w_{,yy} + \delta w_{,xx} w_{,yy}] \end{array} \right\} \quad (8)$$

である。式(7)において、 $\delta^2 \Pi > 0$ なら安定となり、 $\delta^2 \Pi = 0$ なら中立平衡、 $\delta^2 \Pi < 0$ なら不安定である。ここで仮想変位の想定は、 $\delta^2 \Pi$ の絶対的な正負の判定に関係する。よって、適切な仮想変位を想定する方法として、第二変分 $\delta^2 \Pi$ の仮想変位成分について極値を求める必要がある。仮想変位に関する境界条件の下に $\delta^2 \Pi$ を x , y , z 方向のそれぞれの微小擾乱仮想変位 δu , δv , δw について変分し、次式のような平衡方程式を得る。

$$\left. \begin{array}{l} \delta N_{x,xx} + \delta N_{xy,yy} = 0 \\ \delta N_{xy,xx} + \delta N_{y,yy} = 0 \\ \delta M_{x,xx} + 2\delta M_{xy,xy} + \delta M_{y,yy} \\ \quad + \delta N_x w_{,xx} + 2\delta N_{xy} w_{,xy} + \delta N_y w_{,yy} \\ \quad + N_x \delta w_{,xx} + 2N_{xy} \delta w_{,xy} + N_y \delta w_{,yy} = 0 \end{array} \right\} \quad (9)$$

一次座屈後の面内平衡方程式を満足させる仮想応力関数 δF を導入し、次式のように定義する。

$$\delta N_x = h \delta F_{,yy}, \quad \delta N_y = h \delta F_{,xx}, \quad \delta N_{xy} = -h \delta F_{,xy} \quad (10)$$

さらに、一次座屈後の面外平衡方程式へ代入し、 δu , δv を消去すると仮想変位に対する適合方程式を得る。

$$\begin{aligned} & H_{22} \delta F_{,xxxx} + (2H_{12} + H_{66}) \delta F_{,xxyy} + H_{11} \delta F_{,yyyy} \\ & = \{ 2w_{,xy} \delta w_{,xy} - \delta w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xx} \delta w_{,yy} \} / h \end{aligned} \quad (11)$$

微小擾乱仮想変位および仮想面内力が満足すべき境界条件は次式で表される。

$$\left. \begin{array}{l} x=0, a \text{ で } \delta w = 0, \delta w_{,xx} = 0 \\ \quad \delta u = 0, \delta N_{xy} = 0 \\ y=0, b \text{ で } \delta w = 0, \delta w_{,yy} = 0 \\ \quad \delta v = 0, \delta N_{xy} = 0 \end{array} \right\} \quad (12)$$

また、境界条件を満足するように、微小擾乱仮想変位 δw を次式のように定義する。

$$\delta w = \delta w_{pq} \sin(p\pi x/a) \sin(q\pi y/b) \quad (13)$$

適合方程式(11)に、式(5)、(13)の w 、 δw を代入し、面内境界条件(12)を満足するように仮想応力関数 δF を求め、式(6)の応力関数 F から N_x, N_y, N_{xy} を求め、さらに δF と式(10)より $\delta N_x, \delta N_y, \delta N_{xy}$ を求める。これらを式(5)の w 、式(13)の δw を式(7)の第二変分 $\delta^2 \Pi$ に代入し、第二変分 $\delta^2 \Pi$ を二重積分すると次式のように表される²⁾。

$$\begin{aligned} \delta^2 \Pi = & \delta w_{pq}^2 \left[\frac{\lambda \pi^4 w_{mn}^2}{128 b^2 h} \right. \\ & \times \left[- \frac{(pn - qm)^4 \delta \delta_p \delta \delta_q}{H_{22}(p - m)^4 + \lambda^2(2H_{12} + H_{66})(p - m)^2(q - n)^2 + \lambda^4 H_{11}(q - n)^4} \right. \\ & - \frac{(pn - qm)^4}{H_{22}(p + m)^4 + \lambda^2(2H_{12} + H_{66})(p + m)^2(q + n)^2 + \lambda^4 H_{11}(q + n)^4} \\ & + \frac{(pn + qm)^4 \delta \delta_q}{H_{22}(p + m)^4 + \lambda^2(2H_{12} + H_{66})(p + m)^2(q - n)^2 + \lambda^4 H_{11}(q - n)^4} \\ & \left. + \frac{(pn + qm)^4 \delta \delta_p}{H_{22}(p - m)^4 + \lambda^2(2H_{12} + H_{66})(p - m)^2(q + n)^2 + \lambda^4 H_{11}(q + n)^4} \right] \\ & + \frac{\pi^4 w_{mn}^2}{128 b^2 h} \left(\frac{m^2 p^2}{H_{11} \lambda^2} \delta_p + \frac{n^2 q^2}{H_{22}} \delta_q \right) - \frac{(p\pi)^2}{8\lambda} \sigma_x h - \frac{(q\pi)^2}{8} \lambda \sigma_y h \\ & \left. + \frac{1}{8} \frac{(p\pi)^4}{b^2 \lambda^3} \left\{ D_{11} + 2\lambda^2 \left(\frac{q}{p} \right)^2 (D_{12} + 2D_{66}) + \lambda^4 D_{22} \left(\frac{q}{p} \right)^4 \right\} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \delta \delta_p &= 2 \quad (p = m \text{ の時}) & \delta \delta_q &= 2 \quad (q = n \text{ の時}) \\ &= 1 \quad (p \neq m \text{ の時}) & &= 1 \quad (q \neq n \text{ の時}) \\ \delta_p &= 1 \quad (p = m \text{ の時}) & \delta_q &= 1 \quad (q = n \text{ の時}) \\ &= 0 \quad (p \neq m \text{ の時}) & &= 0 \quad (q \neq n \text{ の時}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

さらに、式(14)中の各剛性値は板厚方向に均質な直交異方性アングラプライ積層の場合、以下のように示すことができる¹¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} H_{11} &= A_{22} A_{66} / H, \quad H_{12} = -A_{12} A_{66} / H \\ H_{22} &= A_{11} A_{66} / H, \quad H_{66} = (A_{11} A_{22} - A_{12}^2) / H \\ H &= A_{11} A_{22} A_{66} - A_{12}^2 A_{66} \\ A_{11} &= \bar{Q}_{11} h, A_{12} = \bar{Q}_{12} h, A_{22} = \bar{Q}_{22} h, A_{66} = \bar{Q}_{66} h \\ D_{11} &= \frac{\bar{Q}_{11} h^3}{12}, D_{12} = \frac{\bar{Q}_{12} h^3}{12}, D_{22} = \frac{\bar{Q}_{22} h^3}{12}, D_{66} = \frac{\bar{Q}_{66} h^3}{12} \\ \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} + 4Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{11} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &+ Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \nu_L \nu_T}, Q_{12} = \frac{E_L \nu_T}{1 - \nu_L \nu_T}, Q_{22} = \frac{E_T}{1 - \nu_L \nu_T}, Q_{66} = G_{LT} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

なお、式(16)中の A_{ij} は伸張剛性、 D_{ij} は曲げ剛性を表し、 θ は積層角、 E_L は一方向強化材の繊維方向の弾性係数、 E_T は繊維と直角方向の弾性係数、 ν_L は繊維方向のポアソン比、 ν_T は繊維方

向と直角方向のポアソン比、 G_{LT} はせん断弾性係数をそれぞれ示す。これより、 p, q を変化させることにより安定判別を行う。

3. 数値計算例と解析結果の検討

数値計算に用いた炭素繊維強化プラスチック(CFRP)材の弾性定数は平均化近似解析法¹²⁾によって求められた値であり、構成素材の特性が与えられれば代数式で得られ、実験でも確認された値は次の値である。

$$\left. \begin{aligned} E_L &= 137 \text{ (GPa)}, \quad E_T = 8.17 \text{ (GPa)}, \quad G_{LT} = 4.75 \text{ (GPa)} \\ \nu_L &= 0.316, \quad \nu_T = 0.0189 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

本論文では、アングラプライ積層矩形板の二次座屈値 $K(= \sigma_x b^2 / E_T h^2)$ に与える影響として、積層角 θ 、板のアスペクト比 λ 、二軸圧縮荷重比 k_y ならびに一次座屈値との関係を明らかにする。まず、アスペクト比の影響を見るために、 $\lambda=0.5, 1.0, 2.0, 3.0$ と変化させ、その結果を Fig.2~Fig.5 にそれぞれ示す。さらに、二軸圧縮荷重比 k_y の影響を見るために $k_y=0.0$ (一軸圧縮負荷)、0.5, 1.0 と変化させ、各図の(a)~(c)および(a')~(c')にそれぞれ示し、(a)~(c)は一次座屈値¹⁰⁾、(a')~(c')は二次座屈値を示す。なお、二次座屈の図中に(a)~(c)で得られた一次座屈値も記載している。(a')~(c')の図中において実線が二次座屈値、破線が一次座屈値を示す。各図において、座屈時に発生する x, y 方向の半波数を括弧内に示し、例えば、(2,2)の表示は $p=2, q=2$ の状態を表す。

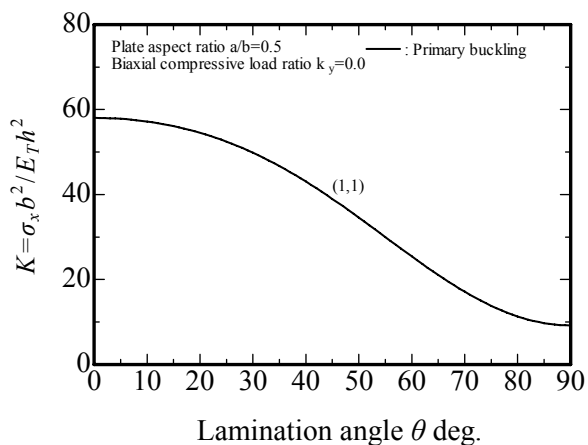
各図において、座屈半波数が変化する積層角 θ に●印を付けた。このことにより、一次座屈値は連続で変化することが判るが、二次座屈値は一次座屈時に発生する座屈半波数 m または n の変化に伴い、二次座屈が発生する座屈半波数 p および q が不連続となるため、不連続点を一点鎖線で結んで示した。等方性材料の矩形板を対象とし、一次座屈時に座屈半波数が変化する条件において、二次座屈値が不連続になることを T.Nakamura and K.Uetani¹³⁾ が解析的に明らかにしている。

一次座屈値は式(2)に示されるように、積層矩形板の形状パラメータ λ 、曲げ剛性 $D_{ij}(i,j=1,2,6)$ および二軸圧縮荷重比 k_y が与えられれば座屈時の x, y 方向の半波数 m, n により決定される。一方、二次座屈値を算出する安定判別式 $\delta^2 \Pi$ は式(14)に示されるように一次座屈値と異なり伸張剛性、曲げ剛性および一次座屈時に発生する座屈半波数 m, n を考慮した構成方程式となっており、非常に複雑である。

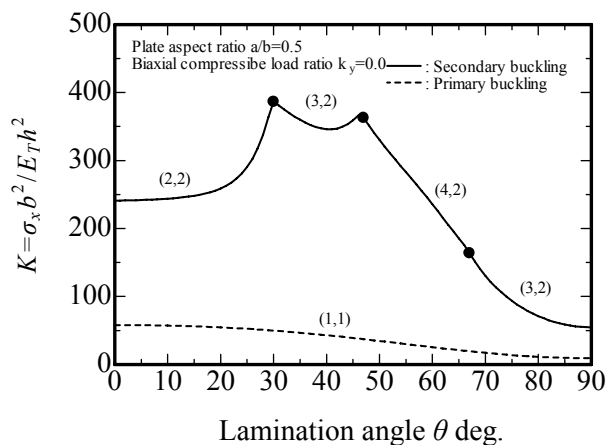
(a) 積層角 θ の影響について

積層角 θ の変化による一次座屈値 K は、 $\lambda (=a/b) = 1.0$ の場合 (Fig.3)には、すべての二軸圧縮荷重比 k_y に対して、 $\theta = 45 \text{ deg.}$ で最大値が得られ、 $\theta = 0 \text{ deg.}$ または 90 deg. で最小値が得られる。一方、二次座屈値については $\lambda = 1.0$ で一軸圧縮 (Fig.3(a'))の場合には、 35 deg. 近傍で最大値を得る。そして、二軸圧縮荷重比 k_y の増加に伴い、 $\theta = 45 \text{ deg.}$ で最大値が得られ、 $\theta = 0 \text{ deg.}$ または 90 deg. で最小値が得られる。

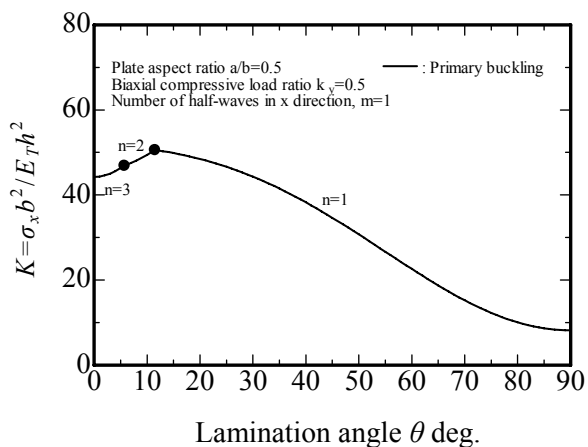
アスペクト比 λ が増加して、 $\lambda = 2.0, 3.0$ の場合 (Fig.4 および Fig.5) には一次座屈値の最大値が得られる積層角 θ は、二軸圧



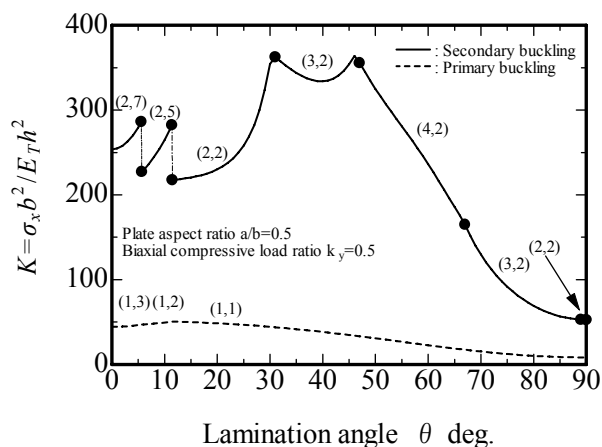
(a) Primary buckling, $k_y=0.0$



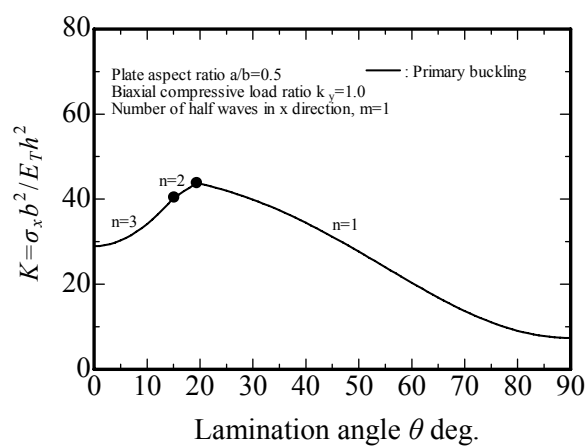
(a') Secondary buckling, $k_y=0.0$



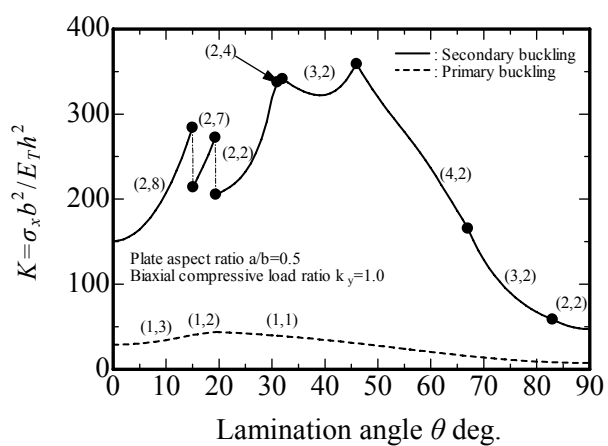
(b) Primary buckling, $k_y=0.5$



(b') Secondary buckling, $k_y=0.5$

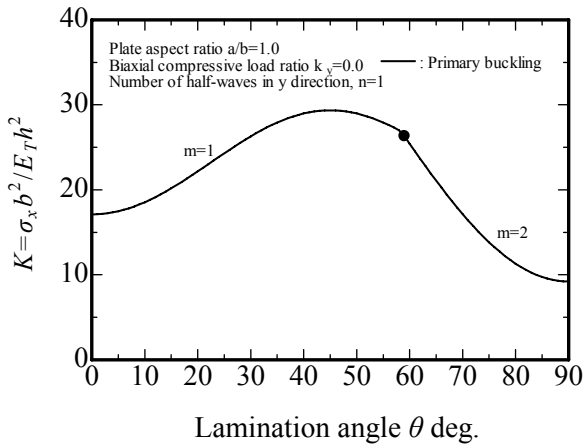


(c) Primary buckling, $k_y=1.0$

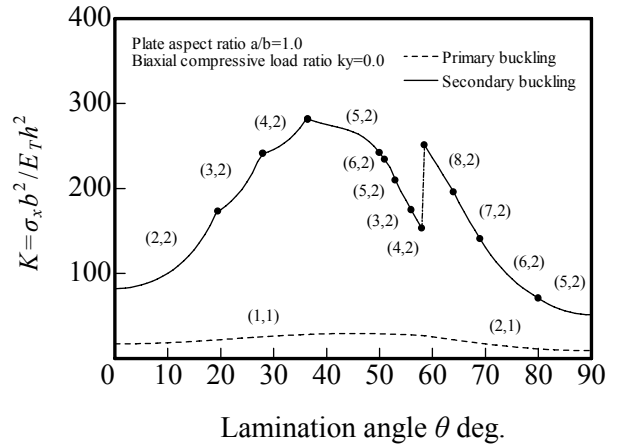


(c') Secondary buckling, $k_y=1.0$

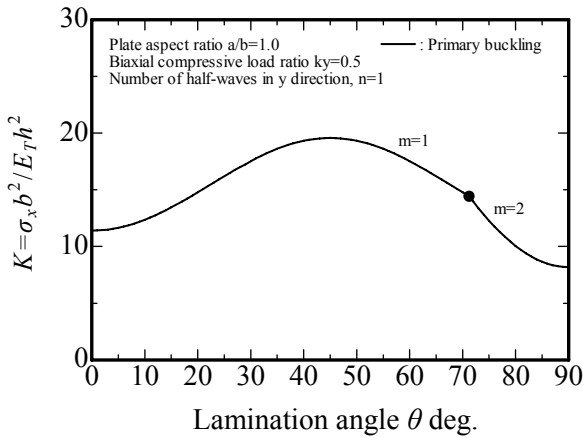
Fig.2 The relationship between non-dimensional buckling stresses and lamination angle θ , plate aspect ratio $\lambda = 0.5$.



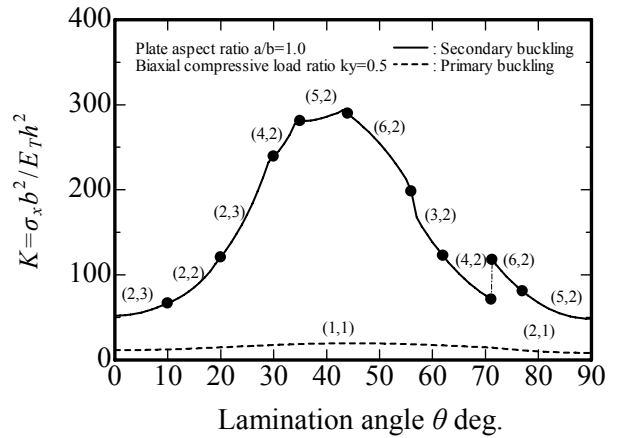
(a) Primary buckling, $k_y=0.0$



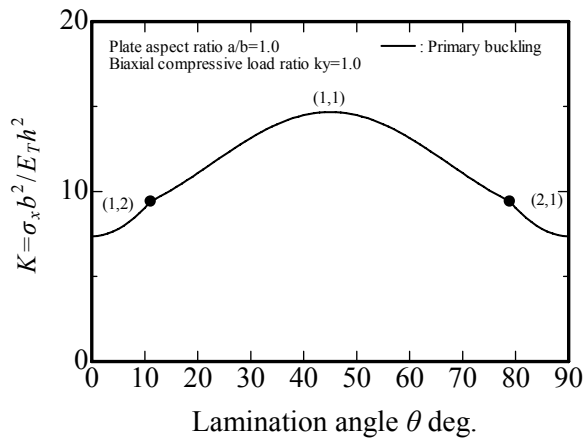
(a') Secondary buckling, $k_y=0.0$



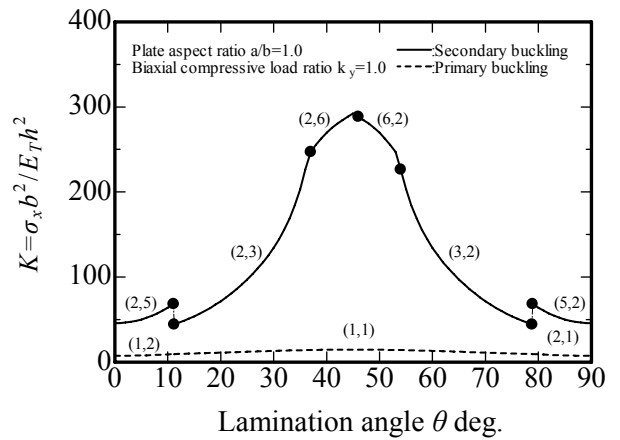
(b) Primary buckling, $k_y=0.5$



(b') Secondary buckling, $k_y=0.5$

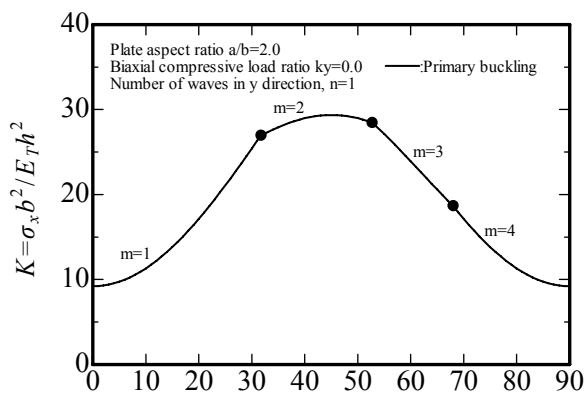


(c) Primary buckling, $k_y=1.0$

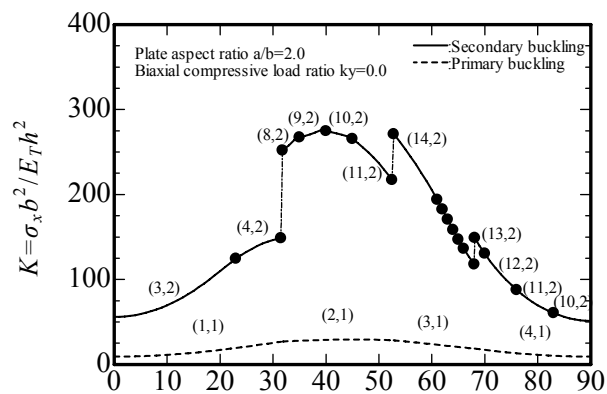


(c') Secondary buckling, $k_y=1.0$

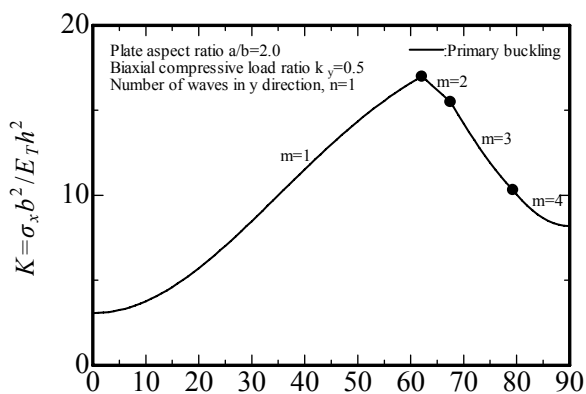
Fig.3 The relationship between non-dimensional buckling stresses and lamination angle θ , plate aspect ratio $\lambda = 1.0$.



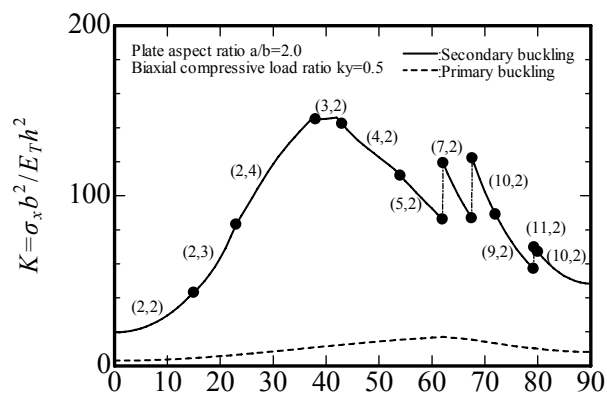
(a) Primary buckling, $k_y=0.0$



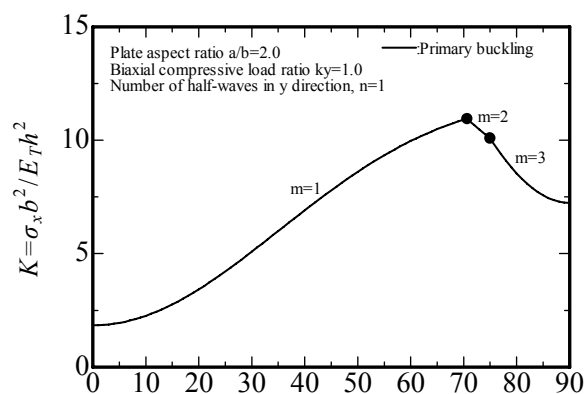
(a') Secondary buckling, $k_y=0.0$



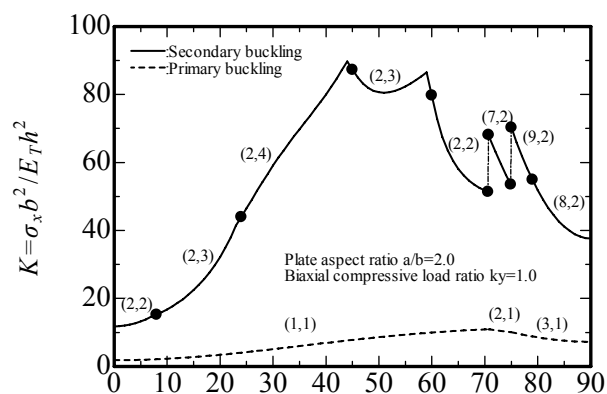
(b) Primary buckling, $k_y=0.5$



(b') Secondary buckling, $k_y=0.5$

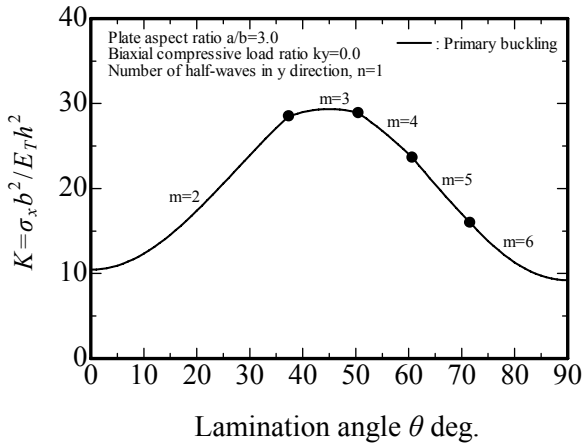


(c) Primary buckling, $k_y=1.0$

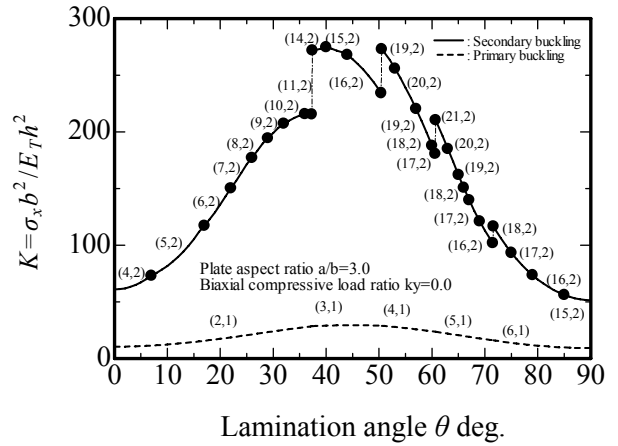


(c') Secondary buckling, $k_y=1.0$

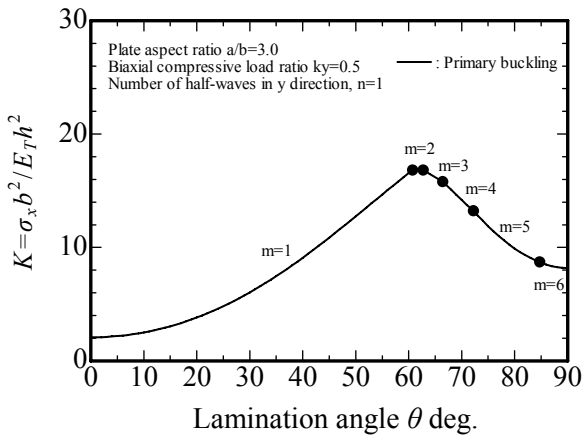
Fig.4 The relationship between non-dimensional buckling stresses and lamination angle θ , plate aspect ratio $\lambda = 2.0$.



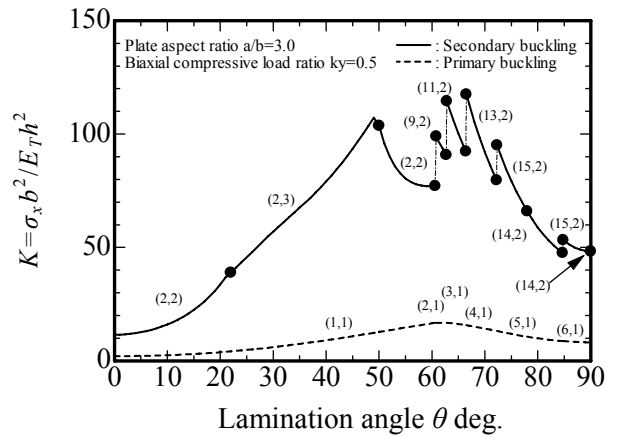
(a) Primary buckling, $k_y=0.0$



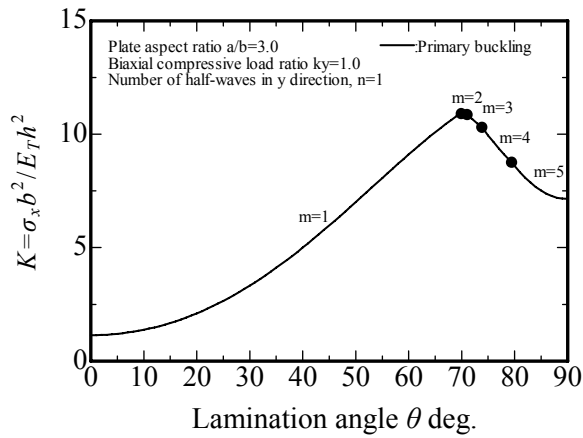
(a') Secondary buckling, $k_y=0.0$



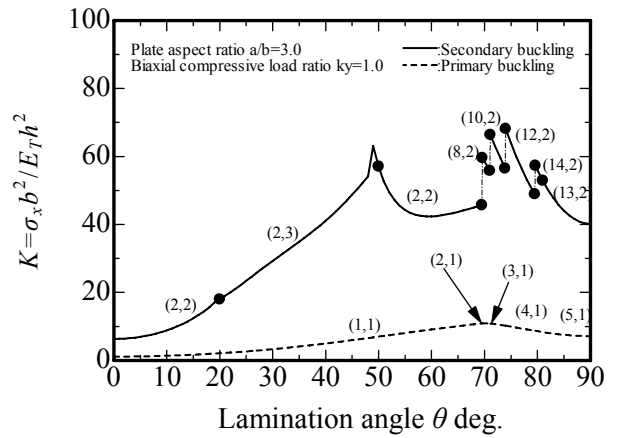
(b) Primary buckling, $k_y=0.5$



(b') Secondary buckling, $k_y=0.5$



(c) Primary buckling, $k_y=1.0$



(c') Secondary buckling, $k_y=1.0$

Fig.5 The relationship between non-dimensional buckling stresses and lamination angle θ , plate aspect ratio $\lambda = 3.0$.

縮荷重比 k_y の増加につれて大きくなり, $k_y = 0$ の時, $\theta = 45\text{deg}$., $k_y = 0.5$ の時, $\theta = 60\text{deg}$.近傍, $k_y = 1.0$ の時, $\theta = 70\text{deg}$.近傍で得られる. また, 最小値は $k_y = 0$ の時, $\theta = 90\text{deg}$.で得られるが, それ以外は $\theta = 0\text{deg}$.で得られる. 二次座屈値の最小値は一次座屈と同様に $k_y = 0$ の時, $\theta = 90\text{deg}$.で得られるが, それ以外は $\theta = 0\text{deg}$.で得られ, 一次座屈値と定性的に一致していることを示した. 一方, 二次座屈値の最大値は一次座屈時の座屈半波数 m, n の変化に大きく影響を受けるため, 最大値を得る積層角 θ は単純に示すことはできない.

さらに, $\lambda = 1.0$ で圧縮荷重比 k_y が 1.0 の場合 (Fig.3(c'))には, 積層角 $\theta = 45\text{deg}$ を中心として左右対称の座屈値を得ると共に, 座屈半波数 p, q についても積層角 θ に対して対称性を有している.

(b) 二軸圧縮荷重比 k_y の影響

アスペクト比 λ が一定の条件であれば, 二軸圧縮荷重比 k_y の増加に伴い, 二次座屈値の最大値および最小値は共に低下する. なお, 一次座屈値も二軸圧縮荷重比 k_y の増加に伴い低下する.

(c) アスペクト比 λ の影響

本論文では紙面の都合上割愛したが, 無次元座屈係数 K と板のアスペクト比 λ の関係は, λ の増加に伴い一定値に漸近していくことを確認している. これは一次座屈値および二次座屈値ともに同傾向を得る. 但し, 一次座屈値は連続的に収束していくのに対し, 二次座屈値は不連続的に収束していく. また, アスペクト比の増加に伴い, 一次座屈値および二次座屈時の座屈半波数は高次となっていることが判る.

4. 結 言

本論文は, 二軸圧縮荷重を受けるアングルプライ積層矩形板の二次座屈値について, 積層角 θ , 二軸圧縮荷重比 k_y およびアスペクト比 λ の影響について明らかにし, 一次座屈後の積層矩形板の耐荷能力に関し, 以下の結論を得た.

- 1) 積層角 θ の影響については, 最小座屈値を得る積層角 θ は一次座屈値および二次座屈値共に同じ傾向を得る.
- 2) 二軸圧縮荷重比 k_y の影響については, アスペクト比 λ が一定の条件であれば, 二軸圧縮荷重比 k_y の増加に伴い, 二次座屈値の最大値および最小値は共に低下する.
- 3) アスペクト比 λ の影響については, 無次元座屈係数 K と板のアスペクト比 λ の関係は, λ の増加に伴い一定値に漸近していくとともに, 二次座屈時の座屈半波数は高次となっていく.

今後の研究課題としては, アングルプライ積層矩形板の一次

座屈値の最適設計¹⁴⁾を拡張し, 二次座屈値の最大値を得る最適積層角 θ について解析し, アングルプライ積層矩形板の最適設計を行う予定である.

参考文献

- 1) 小林繁夫, 住原清秀, 紀平正知: CFRP 積層板の圧縮座屈強度 (第1報), 日本航空宇宙学会誌, Vol.28, No.317 (1980), 293.
- 2) 粕谷平和, 美濃部充好: 軸圧縮を受ける繊維強化積層板の二次座屈現象に関する理論的考察, 東海大学紀要工学部, Vol.31, No.1 (1991), 133.
- 3) 粕谷平和, 美濃部充好, 根本圭一: 圧縮荷重を受ける複合材料積層板の座屈強度, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.58, No.553 (1992), 1544.
- 4) 粕谷平和, 美濃部充好: 初期不整を有する複合材料積層板の圧縮座屈強度, 材料, Vol.42, No.478 (1993), 804.
- 5) H.Kasuya and S.Tsunoi: Buckling Strength of Cross-Ply Laminated Plates under Biaxial Compression, Materials Science Research International, Vol.2, No.2 (1996), 99.
- 6) 粕谷平和, 根本圭一, 辻本真之: 面内圧縮荷重を受けるアングルプライ積層平板の座屈強度, 設計工学, Vol.42, No.9(2007), 501.
- 7) 粕谷平和: 二軸圧縮を受けるクロスプライ積層板の座屈後の挙動, 東海大学紀要工学部, Vol.29, No.2 (1989), 107.
- 8) 根本圭一, 辻本真之, 粕谷平和: 初期不整を有するクロスプライ積層板の二軸圧縮座屈後の挙動解析, 東海大学紀要工学部, Vol.46, No.2(2006), 93.
- 9) K.Nemoto, M.Tsujimoto and H.Kasuya: Analysis of Postbuckling Behavior of Angle-Ply Laminated Plates with Small Initial Curvature under Biaxial Compressive Loads, Proceedings of the School of Engineering, Tokai University, Vol.32(2007), 7.
- 10) 粕谷平和, 康井義明: 逆対称積層板の二軸圧縮座屈に及ぼすカップリング効果, 東海大学紀要工学部, Vol.24, No.2 (1985), 111.
- 11) R.M.Jones: "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill (1975).
- 12) 植村益次, 山田直樹: 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料, Vol.24, No.257 (1975), 156.
- 13) T.Nakamura and K.Uetani: The secondary buckling and post-secondary buckling behavior of rectangular plates, International Journal of Mechanical Science Vol.21(1979), 265.
- 14) 福永久雄: 積層板の圧縮座屈特性と最適化, 日本航空宇宙学会誌, Vol.30, No.343 (1982), 46.