

# 周期的軸圧縮荷重を受ける複合材料積層円筒殻の動的安定解析

根本 圭一<sup>\*1</sup>・山岸 保司<sup>\*2</sup>・粕谷 平和<sup>\*3</sup>

## An Analysis of Dynamic Stability of Composite Laminated Cylindrical Shells Subjected to Periodic Axial Compressive Loading

by

Keiichi NEMOTO, Yasuji YAMAGISHI and Hirakazu KASUYA

(Received on Sept. , 2001, accepted on , 2001)

### Abstract

This paper deals with the problem of dynamic stability of cross-ply laminated cylindrical shells subjected to periodic axial compressive loading. First, the axially symmetric motion of the shell is imposed by the periodic axial compressive loading. Subsequently, certain perturbations are superimposed on this motion, and their behavior sequential with time is investigated. The symmetric state of motion of the shell is considered to be stable if the perturbations remain bounded. The solutions for the prebuckling motion and the perturbed motion are obtained by the use of Galerkin's method. Calculations are carried out for cross-ply laminated cylindrical shells and the instability regions are determined by utilizing Mathieu's equation. Mathieu's equation includes static buckling values, so, we aim at the static buckling value analyzing. The buckling values by Flügge shell theory. These of Mathieu's equation is solved with good accuracy. Regarding the instability mode, we compared the results of Flügge theory with Donnell theory. The inevitability of dynamically unstable behavior is proved analytically and the effects of various factors, such as static buckling pattern, vibrated amplitude and dynamic unstable mode, are clarified.

**Key words** : *Structural analysis, Cross-ply laminated cylindrical shell, Dynamic stability, Periodic axial compressive loading, Mathieu's equation*

### 1. 緒 言

先端高性能繊維強化プラスチック材料の一つであるCFRP材は、比強度、比剛性が非常に高く、航空機の一次構造部材に適用されるまでに信頼性が向上しており、航空機の薄肉構造物において広範囲に適用されるようになってきた。そして、航空機に使用される構造体には、多様な周期的な変動荷重が作用されることが多いため、動的安定問題を解明することが非常に重要である一方、力学的にも未解明のものも多く、興味のある問題である。

従来、多くの研究者が示しているように、周期的な変動荷重を受ける薄肉円筒殻の動的安定問題においては、係数励振による曲げ振動が励起される際の加振振幅と振動数との組合せ、すなわち安定境界を求めることが基本的な課題の一つであり、等

方性円筒殻に関する研究報告については、さまざまな解析例がある<sup>1)</sup>。

著者らは、周期的軸圧縮荷重を受ける複合材料積層円筒殻の動的安定性について、基礎方程式から Mathieu 型方程式を導き、Mathieu の安定判別を用いて、動的不安定に及ぼす各種パラメータの影響について論じた<sup>2)~5)</sup>。

そこで、本論文ではクロスプライ積層円筒殻のモデルを用い、周期的軸圧縮荷重を受けた際の動的安定問題について理論的に検証する。まず、既報の動的安定解析においては、静的軸圧縮座屈値を Donnell 理論による静的軸圧縮座屈値<sup>6)</sup>を用いていたものを、Flügge 理論による静的軸圧縮座屈値<sup>7)</sup>を適用することで、動的安定解析の解析精度を改善し、解析精度の比較を行い提示する。次に、航空機における構造体の動的問題の諸条件については、MIL Standard 等により記載されているように、特に加振振幅が動的不安定に大きく影響を与える。本解析手法、つまり、Mathieu 型方程式から動的不安定となる現象から加振振幅と Mathieu 係数の関係について述べることと、加振振幅と Mathieu 係数の相関関係式について提案を行う。

\* 1 : 横浜ゴム(株)・航空部品技術部

\* 2 : 工学研究科機械工学専攻博士課程前期

\* 3 : 工学部動力機械工学科教授

## 2. 動的安定解析法

### 2.1 基礎となる関係式

Fig.1 に示すような半径  $R$ , 筒長  $L$ , 板厚  $h$  のクロスプライ積層円筒殻の中央に原点を取り, 軸・円周・半径方向にそれぞれ  $x, y, z$  軸をとる. 中央面における面内ひずみ成分  $e_x, e_y, g_{xy}$ , 曲率成分  $k_x, k_y, k_{xy}$  と変位成分  $u, v, w$  との関係は 2 次の微小項を考慮した有限変形理論を用いると次式のように表される.

$$\left. \begin{aligned} e_x &= u_{,x} + (w_{,x})^2 / 2 \\ e_y &= v_{,y} + w / R + (w_{,y})^2 / 2 \\ g_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} + w_{,x} w_{,y} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$k_x = -w_{,xx}, k_y = -w_{,yy}, k_{xy} = -2w_{,xy} \quad (2)$$

ここで, 添字 “ $,x$ ”, “ $,y$ ” は  $x, y$  に関する偏微分を表す.

解析方法は, 板厚方向の慣性力のみを考慮し, 面内平衡方程式を満足する応力関数  $F$  と合モーメント成分を板厚方向の平衡方程式へ代入する. さらに, 初期に起こる運動を軸対称運動で仮定し, 初期運動に添字  $A$ , 擾乱成分に添字  $B$  を付けて表す. そこで, 擾乱成分を微小であると仮定し, その非線形項を省略すると初期運動の運動方程式, 擾乱の運動方程式および適合条件式はそれぞれ次式で表される<sup>2)-5)</sup>.

$$\begin{aligned} H(w_A) &\equiv D_{11}w_{A,xxxx} + E_y w_A h / R^2 \\ &+ N(t)w_{A,xx} - n_y N(t) / R + r h w_{A,tt} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I(w_B) &\equiv D_{11}w_{B,xxxx} + 2(D_{12} + 2D_{66})w_{B,xyxy} + D_{22}w_{B,yyyy} \\ &- E_y h w_{A,yy} / R + h F_{B,xx} / R - h F_{B,yy} w_{A,xx} \\ &+ N(t)w_{B,xx} + n_y N(t)w_{B,yy} + r h w_{B,tt} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_x F_{B,xxxx} - (2n_y E_x - E_x E_y / G_{xy}) F_{B,xyxy} + E_y F_{B,yyyy} \\ = E_x E_y \{ w_{B,xx} / R - w_{A,xx} w_{B,yy} \} \end{aligned} \quad (5)$$

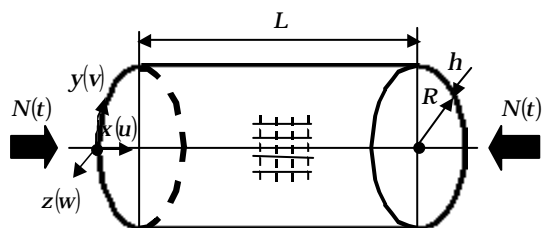


Fig.1 Configuration and coordinates of cross-ply laminated cylindrical shells.

ここで, 式 (3)~(5) 中の  $E_x, E_y$  はヤング率,  $G_{xy}$  はせん断剛性率,  $\nu_x, \nu_y$  はポアソン比,  $\rho$  は密度,  $D_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 6$ ) は曲げ剛性<sup>8)</sup>,  $N(t)$  は周期的軸圧縮力, そして,  $F$  は一般の 2 - 応力関数を表し, 添字 “ $,t$ ” は  $t$  に関する偏微分を表す. 境界条件は, 両端単純支持を想定し, 両端の条件は,  $x = \pm L / 2$

$$w = 0, w_{,xx} = 0, N_{xB} = 0, v_B = 0 \quad (6)$$

で,

である.

### 2.2 積層円筒殻の負荷条件

クロスプライ積層円筒殻に作用する軸圧縮力  $N(t)$  の荷重条

$$N(t) = N_0(a_0 \cos \omega t + c_0)$$

件を次式にて示す.

(7)

ここで,  $a_0, c_0$  は任意の定数である. つまり, 静的な荷重に周期荷重が加わる場合を想定している. これらの定数を変える事により, 任意の荷重状態を表すことができる.

### 2.3 動的安定解析法

#### 2.3.1 初期運動に関する定式化

式 (6) の境界条件を満足するように, 初期運動の変形を次式にて仮定する. 変形は筒長の中央点 ( $x = 0$ ) に関して対称

$$w_A = \sum_{j=\text{odd}} a_j(t) h \cos(jpx / L)$$

であるという仮定を用いる.

(8)

式 (8) を式 (3) に代入し, Galerkin 法を適用し, さらに構造減衰係数  $b(t)$  を導入, 係数を比較することで, 初期運動の式 (8) 中の  $a_j(t)$  が定まる.

#### 2.3.2 初期運動方程式における安定判別法

初期運動方程式の安定, 不安定を論ずるにあたり, 擾乱変位  $u_B, v_B, w_B$  を初期運動に加え, その応答について検討する. 境界条件式 (8) を満足する変形様式として,  $w_B$  および  $F_B$  を次式のように仮定する.

$$F_B = f_B(x, t) \sin(ny / R) \quad (9)$$

$$w_B = b(t) h \cos(mpx / L) \sin(ny / R) \quad (10)$$

ここで, 式 (9), (10) 中の  $m$  は軸方向半波数,  $n$  は円周方向波数を表し,  $m$  は奇数,  $n$  は整数値である. そして, 式 (9),

$$\begin{aligned} f_{B,xxxx} - (E_y / G_{xy} - 2n_y)(n / R)^2 f_{B,xx} + (E_y / E_x)(n / R)^4 f_B \\ = -(E_y h / L^2 R) b(t) [(mp)^2 \cos(mpx / L) \\ + (n^2 h / R) \sum (jp)^2 a_j(t) / 2 \times \cos\{(j+m)px / L\} \\ + \cos\{(j-m)px / L\}] \end{aligned} \quad (11)$$

(10)を式(5)へ代入すると以下のようになる。根本 圭一 山岸 保定 梶谷 平利

上式(11)の4階偏微分方程式を  $f_B$  について解き,これを式(10)に代入すると,求める応力関数  $F_B$  が次式のように求められる。

$$F_B = (E_y L^2 h / R) [(h / R) \{F_1 \cosh m_1 x + F_2 \cosh m_2 x\} - X_2(m) \cos(m p x / L) - (n^2 h / R) \sum (j p)^2 a_j(t) / 2 \times [X_1(j - m) \cos\{(j - m) p x / L\} + X_1(j + m) \cos\{(j + m) p x / L\}]] \sin(n y / R) \quad (12)$$

式(12)求まった応力関数  $F_B$  および式(9)の  $w_B$  を式(11)に代入し, Galerkin法を用いると  $b(t)$  に関する方程式が得られる。いま,  $\Theta = t$  とおくと,  $b(\Theta)$  に関する Mathieu 型方程式が次のように得られる。

$$d^2 b(\Theta) / d\Theta^2 + (f + y_1 \sin \Theta + y_2 \cos \Theta) b(\Theta) = 0 \quad (13)$$

さらに, 三角関数の公式を用いてもう少し整理すると,  $b(z)$  に関する一般系の Mathieu 型方程式が次式のように示される。

$$d^2 b(z) / dz^2 + (f + y \cos z) b(z) = 0 \quad (14)$$

ここで, 上式(14)中の  $y$  は下記のように整理した。

$$y = \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \quad (15)$$

$$z = \Theta - \tan^{-1}(y_1 / y_2) \quad (16)$$

なお, 本解析で検討した Flügge 殻理論による静的軸圧縮座屈荷重  $N_{cr}$ <sup>7)</sup> は次式により求めた。

$$\begin{vmatrix} H_{11} - I^2 N_x & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} - I^2 N_x & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} - I^2 N_x \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

計算方法としては, 上式(17)を係数行列式から一般固有値問題に帰着させ, 軸方向半波数, 円周方向波数をそれぞれ変化させて得られる  $N_x$  の最小値により, 座屈荷重  $N_{cr}$  が決定される。

### 3. 数値解析例および考察

数値計算例としては, 炭素繊維強化プラスチック(CFRP)材を考える。その基本の弾性定数は(繊維容積含有率  $V_f = 60\%$ )は, 平均化近似解法による式<sup>9)</sup>により計算され, 実験でも確かめられた値であり, 次に示す。

$$\left. \begin{aligned} E_L &= 137(\text{GPa}), E_T = 8.18(\text{GPa}), G_{LT} = 4.75(\text{GPa}) \\ \nu_L &= 0.316, \nu_T = 0.0189, \rho = 1.54 \times 10^3(\text{kg/m}^3) \end{aligned} \right\} (18)$$

式(14)に示される Mathieu 係数  $M$  は円筒殻の幾何学的形状, 各種剛性値, 負荷条件および振動条件が決定されると, 不

安定性  $M$  のみの関数となる。従来, 多くの研究者が指摘しているように, 円筒殻が十分に薄肉の場合には面内および回転慣性力の影響はいずれも無視することができるので, 本解析でも十分な薄肉を考え, 本解析モデルの積層円筒殻にも適用し, 半径方向すなわち面外慣性力のみを考慮した。一方, 著者の一人が以前に報告したクロスプライ積層円筒殻の振動特性<sup>10)</sup>に示されるように, 軸方向半波数  $m$  は形状パラメータ  $R/h$ ,  $Z (= L^2 / Rh)$ , 積層構成に無関係に 1 を示している。そこで, 上記の内容を考慮すると, 周期的軸圧縮力が作用した時の固有振動との連成効果による不安定挙動解析では, 軸方向半波数  $m$  は 1 で励起されると考えられるため, 数値計算では  $m = 1$  とした。

まず, 数値計算例として, Mathieu 型方程式の無次元係数  $f$  の関係を示す前に, 静的および周期的軸圧縮力が作用する場合を考えるため,  $c_0 = 1.0$  とし, 加振振幅  $a_0$  は任意の値を適用している。構造減衰係数  $\delta$  は, 0.02 を用い, 負荷条件の影響を見るために負荷する周期的軸圧縮荷重  $N_0$  と静的軸圧縮座屈荷重  $N_{cr}$  との比率(以後, 荷重比と呼ぶ)が, 0.9 について数値解析を実行した。

第1に, 式(8)で示される初期モード  $w_A$  の近似項数の影響を見るために, 形状パラメータ  $R/h = 100$ ,  $Z = 900$ , 荷重比 0.9, 加振条件として,  $\nu_0 = 0.1$ ,  $a_0 = 0.9$ , 不安定モード  $m = 1$ ,  $n = 7$  について Fig.2 に示し,  $M$  が  $M$  の挙動をそれぞれ表す。次に, 基準となる静的軸圧縮座屈荷重の違いによる影響を見るために, 静的軸圧縮座屈荷重が Donnell の殻理論<sup>6)</sup>, Flügge の殻理論<sup>7)</sup>をそれぞれ適用し, Mathieu の動的不安定線図を Fig.3(a), (b) にそれぞれ示す。解析条件は, 形状パラメータ  $R/h = 100$ ,  $Z = 900$ , 荷重比 0.9, 加振条件として,  $\nu_0 = 0.1$ ,  $a_0 = 0.9$  とした。さらに, Fig.3(b)の条件下において, 加振振幅  $a_0$  の影響を検討するために, 加振振幅を 0.3 から 0.9 まで変化させた時の Mathieu の不安定曲線について Fig.4 に示す。さらに, Fig.4 から得た Mathieu 不安定曲線より, Mathieu 係数  $M$  と加振振幅  $a_0$  の関係について着目し,  $n = 7$  の一例について, Mathieu 係数  $M$  と加振振幅  $a_0$  の関係について Fig.5 に示す。一方, Fig.4 で示した加振振幅の変化による Mathieu 係数に与える影響について, さらに拡張し, 加振条件の  $\nu_0$  を変化させた時の, Mathieu 係数の不安定性について Table1 に示す。Table 1 に示されるように, 加振条件としては, 非常に Critical な条件下において検討を実施した。なお, 本論文においては, 紙面の都合上, 板厚方向に均質な直交異方性となるクロスプライ積層円筒殻について提示する。

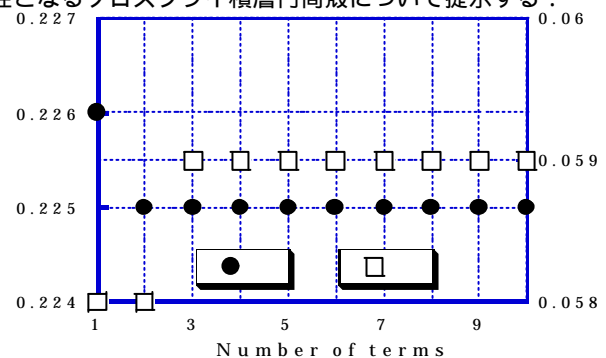
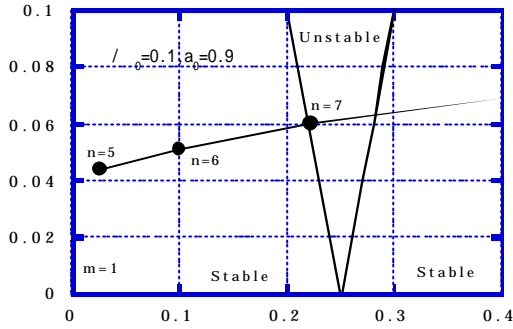
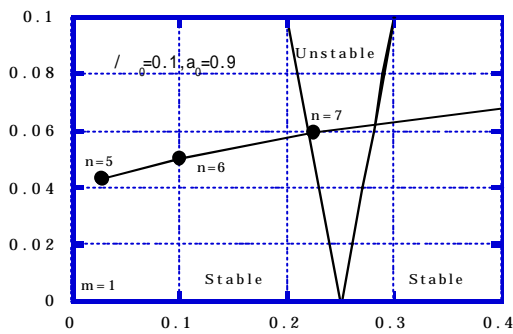


Fig.2 The relation between Mathieu's coefficients and initial motion at  $R/h = 100$ ,  $Z = 900$ ,  $N_0 / N_{cr} = 0.9$ ,  $\nu_0 = 0.1$ ,  $a_0 = 0.9$ ,  $m = 1$  and  $n = 7$

イ積層円筒殻の静的軸圧縮座屈荷重は,Flügge の殻理論解析結果<sup>7)</sup>の方が Donnell の殻理論解析結果<sup>6)</sup>より若干低値を示し,周期的軸圧縮荷重を受ける複合材料積層円筒殻の動的安定解析結果<sup>8)</sup>に比べて低下していることを提示している. この結果,静的軸圧縮座屈荷重の違いによる Mathieu 係数に与える影響は非常に小さく,ほぼ同値であると考えられる.



(a) The case of static buckling values by Donnell shell theory



(b) The case of static buckling values by Flügge shell theory

Fig.3 The relation between  $\mu$  and  $a_0$  for cross-ply laminated cylindrical shells at  $R/h=100, Z=900, N_0/N_{cr}=0.9, \sigma_0=0.1$  and  $a_0=0.9$ .

### 3.1 初期運動 $w_A$ の近似項数の影響について

Fig.2 にそれぞれ示されるように, 近似項数の違いにより Mathieu 係数  $\mu$ ,  $\nu$  共に数値への影響が顕著に現れる. 本解析結果においても, すべての条件下において 概ね同傾向を示し, 約 4 項近似前後にて収束している. 本解析においては, 安全側に設定し, 10 項近似で数値計算を実行した. なお, 現在のコンピューターにおいては演算時間については全く問題なく, かつ工学上十分な精度であると考えられる.

### 3.2 静的軸圧縮座屈荷重の違いによる影響について

Fig.3 に静的軸圧縮座屈荷重を Donnell の殻理論により求め, その条件下における Mathieu 係数  $\mu$ ,  $\nu$  の挙動を (a), 一方, Flügge の殻理論を適用し, (b) と同一条件下における Mathieu 係数  $\mu$ ,  $\nu$  の挙動を (b) に示しているが, この解析結果から差異はほとんどない. 著者の一人が以前に報告したクロスプラ

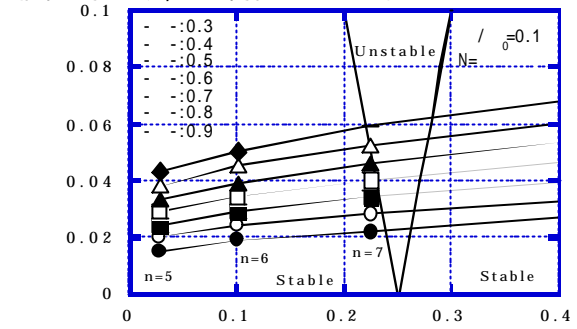


Fig.4 The relation between  $\mu$  and  $a_0$  for cross-ply laminated cylindrical shells at  $R/h=100, Z=900, N_0/N_{cr}=0.9, \sigma_0=0.1$

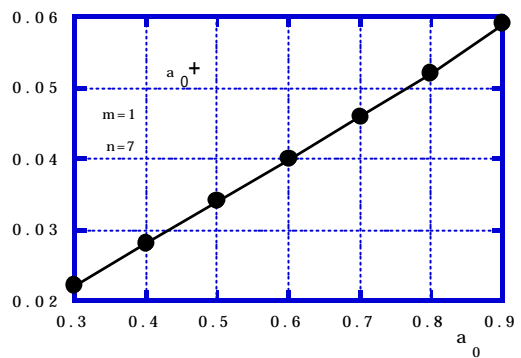


Fig.5 The relation between  $\mu$  and  $a_0$  for cross-ply laminated cylindrical shells at  $R/h=100, Z=900, N_0/N_{cr}=0.9, \sigma_0=0.1$  and  $n=7$ .

### 3.3 加振振幅 $a_0$ の影響について

Fig.4 に  $\sigma_0=0.1$  と一定にし, 加振振幅  $a_0$  を 0.3 から 0.9 まで変化させた時の Mathieu 係数  $\mu$ ,  $\nu$  の挙動を示している. 加振振幅  $a_0$  の影響としては,  $a_0$  の変化に対して Mathieu 係数  $\mu$  の値は変化しない. 理由は,  $\mu$  の式には  $a_0$  の項が存在しないためである. 一方,  $\nu$  の式には  $a_0$  の項が存在しており, 条件を一定にして  $a_0$  のみ増加させると横軸の  $\mu$  は変化せず, 縦軸の  $\nu$  のみ増加することになる. よって, 加振振幅  $a_0$  を大きな値にしていくと, Mathieu 係数  $\nu$  が高値になり, 不安定領域へモードが移行し, 動的に不安定となっていく. さらに, Fig.4 の  $n=7$  に着目し, 加振振幅  $a_0$  の増加に伴い,  $a_0=0.7$  で不安定となっていることがわかる. そして, この解析データを用い, Mathieu 係数  $\nu$  と加振振幅  $a_0$  の関係図を Fig.5 に示している.

この図より, Mathieu 係数  $\nu$  と加振振幅  $a_0$  は 1 次関数で近似できるため,  $\nu = a_0 + \dots$  と記すことができる. Fig.5 の例

では、 $0.061$ 、 $0.0035$ を得た。他の解析条件でも Mathieu 係数 と加振振幅  $a_0$  の関係は全て 1 次関数で成立することを確認している。本論文では、 $a_0 = 0.3 \sim 0.9$  まで、 $0.1$  刻みで解析を実施したが、不安定モードがわかり、Mathieu 係数 と加振振幅  $a_0$  の関係式が算出できれば、任意の  $a_0$  における Mathieu 係数 が算出でき、動的に安定であるか不安定であるかがすぐに判断できる。したがって、Mathieu 係数の安定性について、関数表示が可能になると、演算の省略や他のデータとの取り合い、安定曲線との活用に十分適用できる。

上記に示す内容について、著者らが提案する Mathieu 型方程式における動的安定解析のひとつである加振振幅  $a_0$  の限界値 ( $a_{0(cr)}$ ) の解析手順について、Fig.6 に示し、解析内容について提示する。

Step 1 : まず、任意 (2 点以上) の  $a_{0(1)}$ 、 $a_{0(i)}$  における Mathieu 係数  $\mu$  の動的安定線図を作成する。

Step 2 : Step 1 で作成した図から、Mathieu 係数  $\mu$  ~ 加振振幅  $a_0$  線図を作成し、 $a_0 + \Delta a_0$  の係数  $\mu$  を求める。

Step 3 : Mathieu の不安定線図において、Mathieu 関数は、 $\mu = f(a_0)$  で与えられ Mathieu の動的安定線図において、安定境界線との交点を求めるために  $a_{0(cr)}$  を解析する。

Step 4 : Step 2 で求めた  $\mu = a_0 + \Delta a_0$  の関数へ Step 3 で算出した  $a_{0(cr)}$  を代入することで、限界となる加振振幅  $a_{0(cr)}$  が求められる。このような解析ステップを得ることで、Mathieu 係数の動的安定解析結果について、いままでとは異なる面から考察が可能となる。

### 3.4 加振振動数 $\omega_0$ の影響について

加振振動数  $\omega_0$  の影響としては、円筒殻形状の条件を一定にし、加振振動数  $\omega_0$  を増加させると不安定となる円周方向波数  $n$  は増加する。Table 1 に示すように、 $\omega_0 = 0.07 \sim 0.09$  の変化によって、不安定となる円周方向波数  $n$  が 6 から 7 へと変化している。本解析は線形振動解析の領域であり、Mathieu の高次の不安定領域について討議するためには、非線形解析の導入が必要であり、解析が非常に複雑になってしまう。

### 3.5 不安定モードの検討

前報<sup>2)~5)</sup>と同様に、 $\omega_0 > 0$  に存在するモードのみについて示した。これは、Mathieu の安定線図に示されているように、第 1 次不安定領域に存在するモードは、 $\omega_0 > 0$  に存在しているためである。よって、第 1 次不安定領域に主眼を置いたためこのように検討した。また、第 2, 3... という高次の不安定領域についても解析可能であるが、本論文では検討内容に入れなかった。

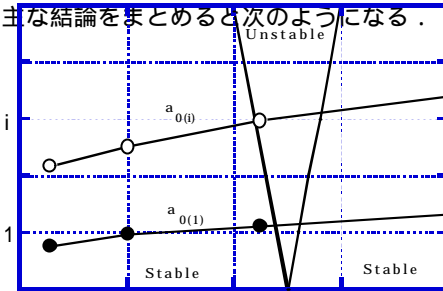
### 3.6 荷重比 $N_0 / N_{cr}$ の影響について

本論文では荷重比の変化に伴う Mathieu 係数  $\mu$  の変化について示していないが、形状パラメータ、加振条件を一定にして荷重比のみを増加させると、Mathieu 係数に大きく影響し、動的不安定になることを確認している。不安定の傾向は前報<sup>4)</sup>と一致する。

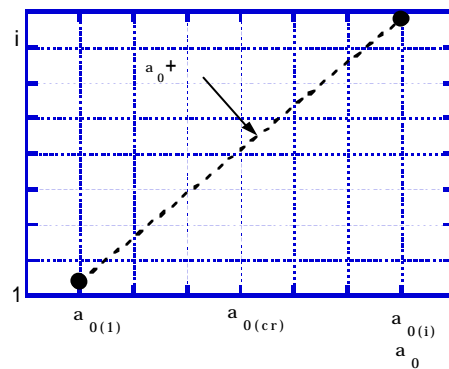
## 4. 結 言

本論文は周期的軸圧縮を受ける複合材料積層円筒殻の動的

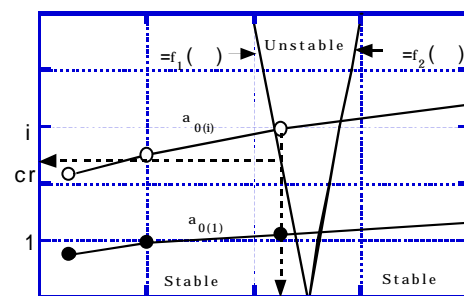
安定性について、板厚方向の慣性力のみを考慮し、基礎方程式に Galerkin 法を適用することで、Mathieu 型方程式を導いた。さらに、静的軸圧縮座屈荷重を求める殻理論の違いについても考慮し、かつ、周期的軸圧縮座屈荷重のパラメータで保尺と軸径比となる加振振幅と加振振動数の変化による動的不安定に及ぼす Mathieu 係数の影響についても理論的に検討を行った。主な結論をまとめると次のようになる。



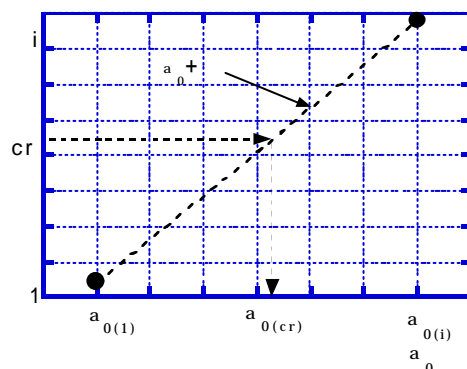
Step 1



Step 2



Step 3



$\frac{a_0}{\sigma}$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.05	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable
0.06	Stable	6	6	6	6	6	6
0.07	Stable	Stable	Stable	Stable	6	6	6
0.08	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable	Stable
0.09	Stable	Stable	Stable	7	7	7	7
0.10	Stable	Stable	Stable	Stable	7	7	7

Table 1 Dynamic unstable mode  $n$  for  $\nu=0.65$  and  $a_0=0.3$  at  $R/h=100$  and  $N_0/N_{cr}=0.9$ .

- (1) クロスプライ積層円筒殻においては、静的軸圧縮座屈荷重の違いにより、動的不安定に及ぼす影響が非常に小さいことを Mathieu 型方程式により解析的に明らかにした。
- (2) 加振振動条件以外を一定にして、加振振幅  $a_0$  のみを増加させると、Mathieu 係数は不安定になりやすく、一方、加振振幅  $a_0$  を一定にして、加振振動数  $\sigma$  を増加させると円周方向の動的不安定モード  $n$  は高次へ推移していく。
- (3) 振動条件の変化におこる影響が、Mathieu 係数の数値へ与えている。さらに、Mathieu の高次の不安定領域について検討するためには非線型振動解析の導入が必要になってくる。
- (4) 加振振幅以外の各条件を一定にし、加振振幅は一次関数で精度よく近似することができ、本解析手法の提案により、安定が限界となる加振振幅を算出することが可能である。今後の課題として、解析手法の確立と動的安定問題の検証を実施したいと思う。
- 2) 粕谷平和，根本圭一：周期的軸圧縮荷重を受ける積層円筒殻の動的応答，日本複合材料学会誌，Vol.19，No.5(1993)，189.
- 3) 根本圭一，粕谷平和：周期的軸圧縮荷重を受けるアングルプライ積層円筒殻の動的安定性 材料，Vol.46，No.5(1997)，544.
- 4) 根本圭一，粕谷平和：周期的軸圧縮荷重を受けるクロスプライ積層円筒殻の動的応答，東海大学紀要工学部，Vol.35，No.1(1995)，231.
- 5) 根本圭一，粕谷平和：周期的軸圧縮荷重を受ける複合材料積層円筒殻の動的応答，東海大学紀要工学部，Vol.36，No.2(1996)，207.
- 6) 粕谷平和，植村益次：積層複合円筒殻の軸圧縮座屈に及ぼす積層構成効果，日本航空宇宙学会誌，Vol.30，No.346，(1982)，664.
- 7) 粕谷平和，宮下研也：複合材料積層円筒殻の軸圧縮座屈に及ぼす積層構成効果，東海大学紀要工学部，Vol.37，No.2(1997)，147.
- 7) R.M.Jones：“Mechanics of Composite Materials”，McGraw-Hill (1975).
- 9) 植村益次，山田直樹：炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数，材料，Vol.24，No.257(1975)，156.
- 10) 粕谷平和：積層複合円筒殻の振動特性，東海大学紀要工学部，Vol.27，No.2(1988)，69.

参考文献

1) J.C.YAO：Dynamic Stability of Cylindrical Shells under Static and Peliodic Axial and Radial Loads，AIAA J.，Vol.1，No.6(1963)，1393.