

複合材料積層円筒殻の静水圧座屈に及ぼす積層構成効果

山岸 保司^{*1}・佐藤 孝行^{*2}・粕谷 平和^{*3}

Effect of Lamination Constitution on Buckling of Composite Laminated Cylindrical Shells under Hydrostatic Pressure

by

Yasuji YAMAGISHI, Takayuki SATOH and Hirakazu KASUYA

(Received on Sep. 26, 2001, accepted on Dec. 19, 2001)

Abstract

Advanced fiber-reinforced laminated composite materials have been used for structural members in various fields, because of their high specific strength and stiffness. In general, laminated composite cylindrical shells behave differently from homogeneous orthotropic cylindrical shells due to their anisotropy and unsymmetric lamination. In the present paper, the buckling problems of carbon fiber/epoxy (CFRP) cross-ply and angle-ply laminated cylindrical shells under hydrostatic pressure are considered. That is, the effects of stacking sequence, number of layers, lamination angle, buckling modes and dimension of cylinders, on the buckling pressure are analysed by assuming the buckling patterns which satisfy the equilibrium equation based on the Flugge-type expressions.

Key words : Structural analysis, Composite materials, Laminated cylindrical shells, Buckling strength, Hydrostatic pressure, Lamination constitution

1. 緒言

高比強度，高比剛性の高性能繊維強化プラスチック材が開発され，各分野の構造に数多く用いられるようになってきた．このような異方性材料よりなる複合材料積層円筒殻は，積層配列や強化繊維の配向等によってはカップリング効果などの各種の積層構成効果があり，単純な直交異方性理論による均質な直交異方性円筒殻とは異なる力学的挙動を示す．そこで，このような複合材料積層円筒殻の各種外圧のもとでの座屈現象を的確に把握しておく必要が生じ，数例の解析的研究の報告がなされている¹⁾⁻⁵⁾．

本論文では，海中構造物にみられるような，半径方向および軸方向に均一な外圧を受ける問題を取り上げ，クロスプライおよびアングルプライ積層円筒殻を例にとって Flugge 形の殻理論を用いて理論解析し 積層構成，積層数，積層順序，殻の形状寸法などの静水圧座屈に及ぼす影響を系統的に検討し，最適積層構成に対する参考資料とする．

2. 座屈解析法

Fig.1 に示すような積層円筒殻（半径 R ，筒長 L ，板厚 h ）が半径方向と軸方向に均一な外圧 p を受ける場合に

* 1 : 工学研究科機械工学専攻博士課程前期
* 2 : (株) タチエス
* 3 : 工学部動力機械工学科教授

いて考え，円筒軸方向，円周方向，半径方向にそれぞれ x ， y ， z 軸をとる．また，Fig.2 に示すように，積層円筒殻は各層とも均質な直交異方性材の N 層積層からなり， k 番目の層は基準面から $z = h_k \sim h_{k+1}$ 間に存在し，繊維は円筒主軸と角度 θ_k の方向を向いているとする．

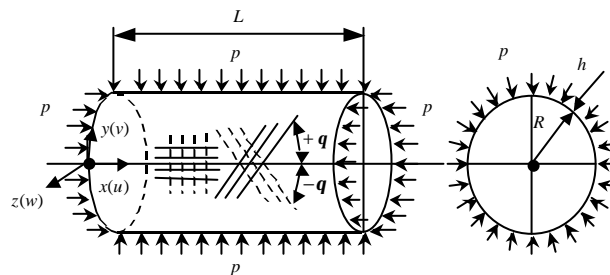


Fig.1 Configuration and coordinates of composite laminated cylindrical shell.

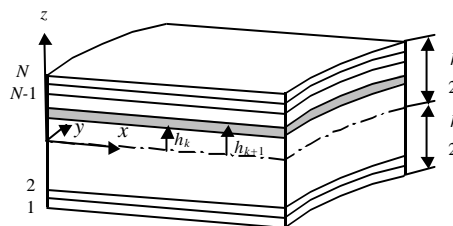


Fig.2 Geometry of an N -layered laminate.

2.1 積層円筒殻の基礎式

円筒殻中央面における面内ひずみ成分 e_x, e_y, g_{xy} , 曲率変化成分 k_x, k_y, k_{xy} と座屈に伴う付加的变化成分 u, v, w との関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R}, \quad g_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ k_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad k_y = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2}\right) \\ k_{xy} &= -\left(2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial x}\right) \end{aligned} \right\} (1)$$

また, 合応力 N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx} , 合モーメント M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} と面内ひずみ成分 e_x, e_y, g_{xy} 曲率変化成分 k_x, k_y, k_{xy} の関係を表す構成方程式は, カップリング項を考慮すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ N_{yx} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} + \frac{B_{11}}{R} & A_{12} + \frac{B_{12}}{R} & A_{16} + \frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{2R^2} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} + \frac{D_{26}}{2R^2} \\ A_{16} + \frac{B_{16}}{R} & A_{26} + \frac{B_{26}}{R} & A_{66} + \frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{2R^2} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} + \frac{D_{66}}{2R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_{11} + \frac{D_{11}}{R} & B_{12} & B_{16} + \frac{D_{16}}{2R} \\ B_{12} & B_{22} - \frac{D_{22}}{R} & B_{26} - \frac{D_{26}}{2R} \\ B_{16} + \frac{D_{16}}{R} & B_{26} & B_{66} + \frac{D_{66}}{2R} \\ B_{16} & B_{26} - \frac{D_{26}}{R} & B_{66} - \frac{D_{66}}{2R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ M_{yx} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} + \frac{D_{11}}{R} & B_{12} + \frac{D_{12}}{R} & B_{16} + \frac{D_{16}}{R} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} + \frac{D_{16}}{R} & B_{26} + \frac{D_{26}}{R} & B_{66} + \frac{D_{66}}{R} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} (2)$$

一般的な積層円筒殻が半径方向と軸方向に均一な外圧力 p を受けて座屈するときの Flugge 形の平衡方程式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} - N_a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - N_e \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - N_a \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ - N_e \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{N_y}{R} - N_a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ - N_e \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

そして式(1),(2)を式(3)に代入すると次のような変位表示による式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \left(A_{11} + \frac{B_{11}}{R} - \frac{\bar{p}R}{2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \left(A_{66} - \frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{R^2} - \bar{p}R \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ + \left(A_{16} + 2\frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{R^2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left(A_{12} + A_{66} + \frac{B_{12}}{R} + \frac{B_{66}}{R} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ - \left(B_{11} + \frac{D_{11}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left(3B_{16} + \frac{D_{16}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - \left(B_{12} + 2B_{66} - \frac{D_{66}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \\ - \left(B_{26} - \frac{D_{26}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \left(\frac{A_{12}}{R} + \bar{p}R \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{A_{26}}{R} - \frac{B_{26}}{R^2} + \frac{D_{26}}{R^3} \right) \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\ \left(A_{16} + 2\frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{R^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(A_{26} + A_{66} + \frac{B_{12}}{R} + \frac{B_{66}}{R} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ + \left(A_{66} + 3\frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{R^2} - \bar{p}R \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left(2A_{26} + 4\frac{B_{26}}{R} + 2\frac{D_{26}}{R^2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \\ + \left(A_{22} + \frac{B_{22}}{R} - \bar{p}R \right) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \left(B_{16} + 2\frac{D_{16}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left(B_{12} + 2B_{66} + \frac{D_{12}}{R} + 3\frac{D_{66}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \\ - \left(3B_{26} + 2\frac{D_{26}}{R} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \left(\frac{A_{26}}{R} + \frac{B_{26}}{R^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{A_{22}}{R} - \bar{p}R \right) \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\ \left(B_{11} + \frac{D_{11}}{R} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \left(3B_{16} + \frac{D_{16}}{R} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \left(B_{12} + 2B_{66} - \frac{D_{66}}{R} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \\ + \left(B_{26} - \frac{D_{26}}{R} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \left(\frac{A_{12}}{R} + \bar{p}R \right) \frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{A_{26}}{R} - \frac{B_{26}}{R^2} + \frac{D_{26}}{R^3} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \\ + \left(B_{16} + 2\frac{D_{16}}{R} \right) \frac{\partial v}{\partial x^3} + \left(B_{12} + 2B_{66} + \frac{D_{12}}{R} + 3\frac{D_{66}}{R} \right) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \\ + \left(3B_{26} + 2\frac{D_{26}}{R} \right) \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} - \left(\frac{A_{26}}{R} + \frac{B_{26}}{R^2} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \\ - \left(\frac{A_{22}}{R} - \bar{p}R \right) \frac{\partial v}{\partial y} - D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} - (2D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ - 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} - D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \left(2\frac{B_{12}}{R} - \bar{p}R \right) \frac{\partial w}{\partial x^2} + \left(4\frac{B_{26}}{R} - 2\frac{D_{26}}{R^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ + \left(2\frac{B_{22}}{R} - 2\frac{D_{22}}{R^2} - \bar{p}R \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{A_{22}}{R^2} - \frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4} \right) w = 0 \end{aligned} \right\} (4)$$

ここで, A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) は, それぞれ伸張剛性マトリックス, カップリング剛性マトリックス, 曲げ剛性マトリックスであり, それぞれ, 異方性材料の繊維方向, 繊維に直角方向の縦弾性係数 E_L, E_T , ポアソン比 ν_L, ν_T およびせん断弾性係数 G_{LT} が与えられると求められる⁶⁾。また, \bar{p} を座屈時静水圧とし, N_a は軸方向膜力($=\bar{p}R/2$), N_e は円周方向膜力($=pR$)である。

2.2 静水圧座屈値の解析

多くのカップリング項があり，境界条件と平衡方程式の両者を厳密に満足する解析解を得ることは難しい．そこで，ある程度の筒長を有する場合を考え，平衡方程式のみを完全に満足する周期解を用いて近似的に検討する．すなわち，非対称変形座屈様式として，

$$\left. \begin{aligned} u &= U_m \sin \frac{Ix + ny}{R} \\ v &= V_m \sin \frac{Ix + ny}{R} \\ w &= W_m \cos \frac{Ix + ny}{R} \end{aligned} \right\} (5)$$

を考え，式(4)に代入すると，式(4)の各項は同じ関数形となり，変位係数に関する連立同次方程式となる．ここで， $m = nR/L$ である．

2.3 座屈値の解析式

クロスプライ積層円筒殻，アングルプライ積層円筒殻の場合ともに座屈値は次の係数行列式から固有値として解析式で得られる．

$$\begin{vmatrix} H_{11} - n^2 N_e - I^2 N_a & H_{12} & H_{13} + I N_e \\ H_{21} & H_{22} - n^2 N_e - I^2 N_a & H_{23} - n N_e \\ H_{31} + I N_e & H_{32} - n N_e & H_{33} - n^2 N_e - I^2 N_a \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

ここで， H_{ij} は次のように与えられる．

$$\left. \begin{aligned} H_{11} &= \left(A_{11} + \frac{B_{11}}{R} \right) I^2 + 2A_6 I n + \left(A_{66} - \frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{R^2} \right) n^2 \\ H_{12} = H_{21} &= \left(A_6 + 2 \frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{R^2} \right) I^2 + \left(A_{12} + A_{66} + \frac{B_{12}}{R} + \frac{B_{66}}{R} \right) I n + A_{26} n^2 \\ H_{13} = H_{31} &= \left(\frac{B_{11}}{R} + \frac{D_{11}}{R^2} \right) I^3 + \left(3 \frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{R^2} \right) I^2 n + \left(\frac{B_{12}}{R} + 2 \frac{B_{66}}{R} - \frac{D_{66}}{R^2} \right) I n^2 \\ &\quad + \left(\frac{B_{26}}{R} - \frac{D_{26}}{R^2} \right) n^3 + A_4 I + \left(A_{26} - \frac{B_{26}}{R} + \frac{D_{26}}{R^2} \right) n \\ H_{22} &= \left(A_{66} + 3 \frac{B_{66}}{R} + 3 \frac{D_{66}}{R^2} \right) I^2 + 2 \left(A_{26} + 2 \frac{B_{26}}{R} + \frac{D_{26}}{R^2} \right) I n + \left(A_{22} + \frac{B_{22}}{R} \right) n^2 \\ H_{23} = H_{32} &= \left(\frac{B_{16}}{R} + 2 \frac{D_{16}}{R^2} \right) I^3 + \left(\frac{B_{12}}{R} + 2 \frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{12}}{R^2} + 3 \frac{D_{66}}{R^2} \right) I^2 n \\ &\quad + \left(3 \frac{B_{26}}{R} + 2 \frac{D_{26}}{R^2} \right) I n^2 + \frac{B_{22}}{R} n^3 + \left(A_{26} + \frac{B_{26}}{R} \right) I + A_{22} n \\ H_{33} &= \frac{D_{11}}{R^2} I^4 + 4 \frac{D_{16}}{R^2} I^3 n + 2 \left(\frac{D_{12}}{R^2} + 2 \frac{D_{66}}{R^2} \right) I^2 n^2 + 4 \frac{D_{26}}{R^2} I n^3 \\ &\quad + \frac{D_{22}}{R^2} n^4 + 2 \frac{B_{12}}{R} I^2 + 2 \left(2 \frac{B_{26}}{R} - \frac{D_{26}}{R^2} \right) I n + 2 \left(\frac{B_{22}}{R} - \frac{D_{22}}{R^2} \right) n^2 \\ &\quad + \left(A_{22} - \frac{B_{22}}{R} + \frac{D_{22}}{R^2} \right) \end{aligned} \right\} (7)$$

式(6)を解くと次式が与えられる．

$$F_1 (\bar{\rho} R)^3 + F_2 (\bar{\rho} R)^2 + F_3 (\bar{\rho} R) + F_4 = 0 \quad (8)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \left(n^2 + \frac{I^2}{2} \right) \left(I^2 + n^2 - \left(n^2 + \frac{I^2}{2} \right)^2 \right) \\ F_2 &= \left(n^2 + \frac{I^2}{2} \right) \left(2I H_{13} - 2n H_{23} \right) + \left(n^2 + \frac{I^2}{2} \right) \left(H_{11} + H_{22} + H_{33} \right) \\ &\quad - 2In H_{12} - I^2 H_{22} - n^2 H_{11} \\ F_3 &= \left(n^2 + \frac{I^2}{2} \right) \left(-H_{11} H_{22} - H_{11} H_{33} - H_{22} H_{33} + H_{13}^2 + H_{23}^2 + H_{12}^2 \right) I^2 \\ F_4 &= \left(H_{11} H_{22} H_{33} + 2H_{12} H_{23} H_{13} - H_{13}^2 H_{22} - H_{11} H_{23}^2 - H_{12}^2 H_{33} \right) \end{aligned} \right\} (9)$$

静水圧座屈値は， $K_h = \bar{\rho} R / E_T h$ のように無次元値で表すと，円筒殻の材料定数の他に形状パラメータ R/h ， $Z (= L^2 / Rh)$ の関数であり，各種の波数 m ， n の整数値に対するその最小値に相当する．

3. 数値計算例と解析結果の検討

数値計算例としては，カーボン繊維強化プラスチック (CFRP) 材を考える．その基本材料定数は平均化近似解法による式⁷⁾により計算され，実験で確かめられた次の値である．

$$\left. \begin{aligned} E_L &= 137 \text{ GPa}, E_T = 8.17 \text{ GPa} \\ G_{LT} &= 4.75 \text{ GPa}, L = 0.316, T = 0.0189 \end{aligned} \right\} (10)$$

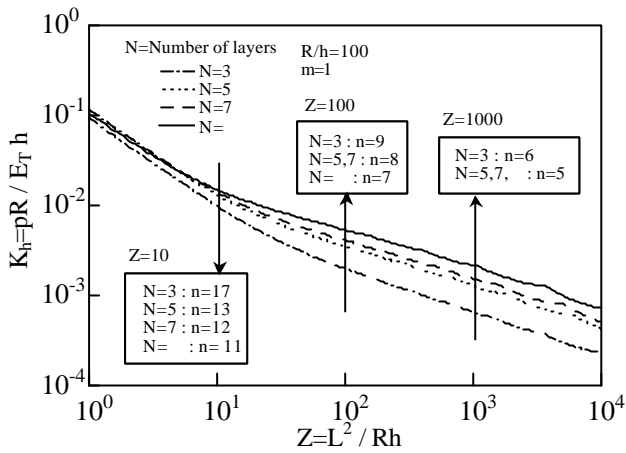
本計算例では，板厚 h のもとで，各構成層は等厚とし，したがって積層数 N は対称積層の場合は奇数，逆対称積層の場合は偶数として考える．

3.1 クロスプライ積層円筒殻の検討

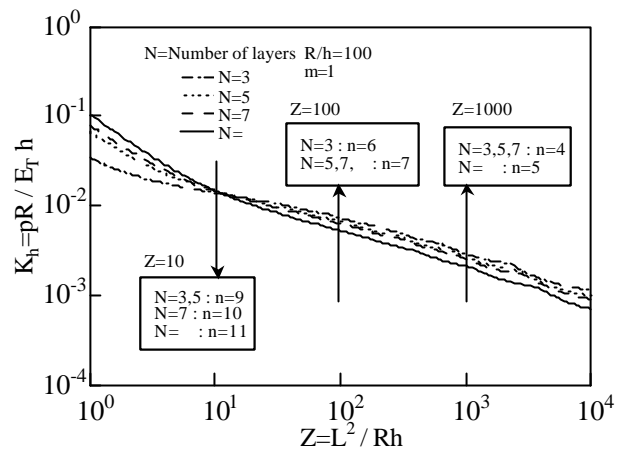
クロスプライ積層円筒殻の数値計算結果を，対称積層で最内層積層角を 0° とした場合を Fig.3 に，最内層積層角を 90° とした場合を Fig.4 に示し，同様に，逆対称積層で最内層積層角を 0° とした場合を Fig.5 に，最内層積層角を 90° とした場合を Fig.6 に示す．

(1) 形状パラメータ Z ， R/h の影響

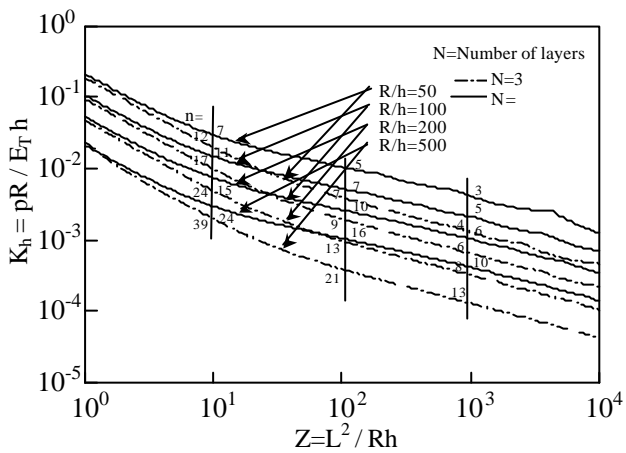
座屈係数 K_h と形状パラメータ Z との関係は，対称積層，逆対称積層の場合ともに，いずれの R/h に対しても Z の増加にともない K_h 値は低下している．通常円筒殻で $Z > 100$ とすれば，Fig.3 ~ Fig.6 でわかるように K_h 値の低下は両対数表示で直線的なので， $K_h = \sqrt{Z}$ の形で表される³⁾．ここで指数 α は R/h にほぼ無関係に 0.45 と一定値をとるが，係数 β は積層構成，積層数，積層順序などによって異なる値を示す．座屈係数に及ぼす R/h の影響は，軸圧縮座屈の場合⁸⁾ には現れないが，静水圧座屈の場合には，対称積層，逆対称積層の場合ともに， R/h が大きくなるとともに座屈係数は低下する．これは等方性材料の場合と同じである．



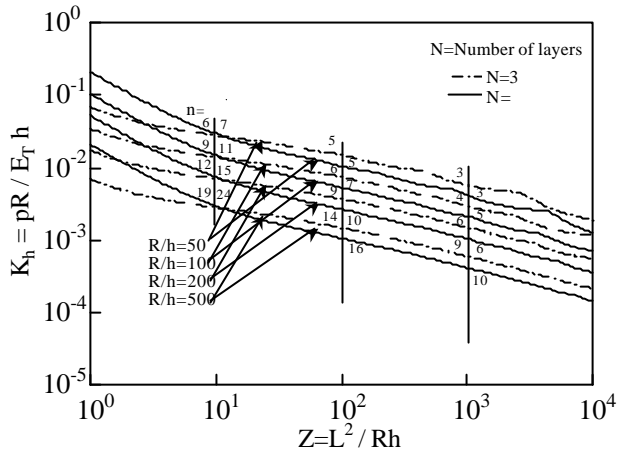
(a) $R/h=100$



(a) $R/h=100$



(b) $R/h=50\sim 500$



(b) $R/h=50\sim 500$

Fig.3 Variation of Buckling coefficients of symmetric cross-ply laminated cylindrical shells with shape parameter Z . (Inner lamination angle $=0^\circ$)

Fig.4 Variation of Buckling coefficients of symmetric cross-ply laminated cylindrical shells with shape parameter Z . (Inner lamination angle $=90^\circ$)

(2) 積層数 N の影響

対称積層の場合には、カップリング効果はないが、クロスプライ比(奇数番目の層の厚さの和と偶数番目の層の厚さの和との比)の変化による各種剛性値の変化が K_h 値に及ぼす影響が大きく、最内層積層角が 0° の場合には、積層数の減少による K_h 値の低下が顕著に現れ、 Z の増加とともにその差は大きくなっている。また、最内層積層角が 90° の場合には、積層数の減少にともない K_h 値は増加する。このように対称積層では、最内層積層角を 0° とした場合と 90° とした場合とでは、積層数の多少が K_h 値に及ぼす影響は逆に両者の差が明確になり、積層順序が座屈値に及ぼす影響は顕著になってくる。これは後述のアンギュラプライ積層円筒殻のところで示しているように、積層角が 0° よりも 90° のほうが高い座屈値を与えるからである。

逆対称積層の場合には、クロスプライ比は一定値 1.0 となるが、中央面と中立面とが異なるために生ずる伸張-曲げカップリング効果が現れ、 K_h 値は積層数が少ないと低下し、特に 2 層の場合に著しい低下を示した。

(3) 座屈波形の影響

最小座屈値を与える座屈波数のうち、軸方向半波数 m は対称積層、逆対称積層に関係なくすべての積層数 N 、形状パラメータ $R/h, Z$ に対して 1 であり、軸方向に半波数で座屈する。しかし、円周方向波数 n は図中に示しているように、 Z の増加および R/h の減少にともない減少する。また N の変化による n は、最内層積層角が 0° の対称積層および逆対称積層の場合には N の減少にともない減少する。

(4) 積層順序の影響

対称積層では、最内層積層角を 0° とした場合と 90° とした場合とでは、前述したように積層順序が座屈値に及ぼす影響は大きく現れる。しかし逆対称積層では、伸張剛性 A_{11} と A_{22} および曲げ剛性 D_{11} と D_{22} の値が同一になるため、積層順序が座屈値に与える影響はなくなる。

3.2 アンギュラプライ積層円筒殻の検討

アンギュラプライ積層円筒殻の数値計算結果を、対称積層の場合を Fig.7 に、逆対称積層の場合を Fig.8 に示す。座屈値に及ぼす形状パラメータ Z の影響は、クロスプラ

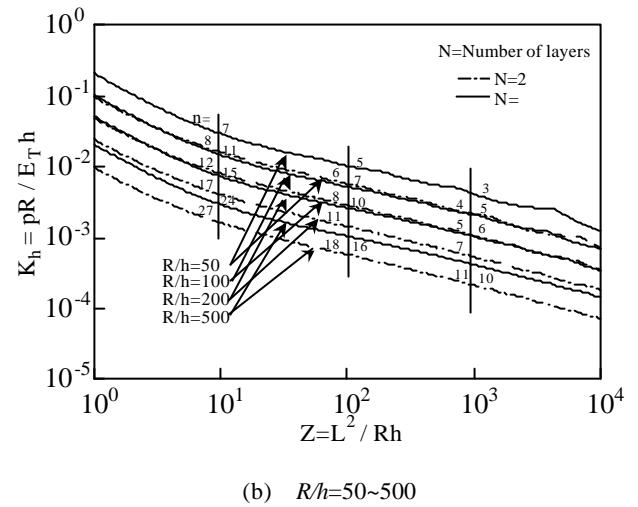
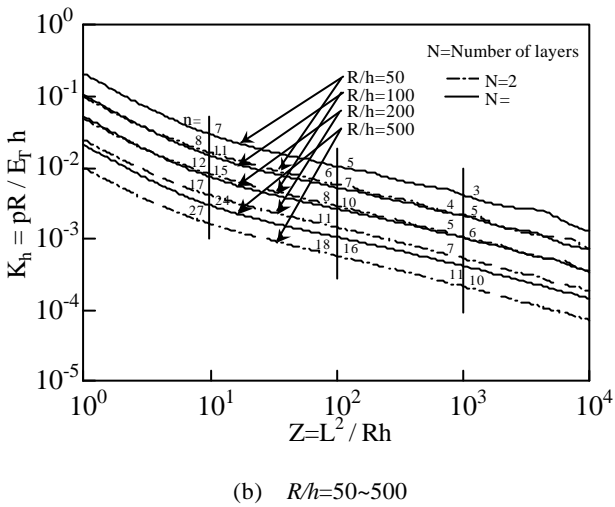
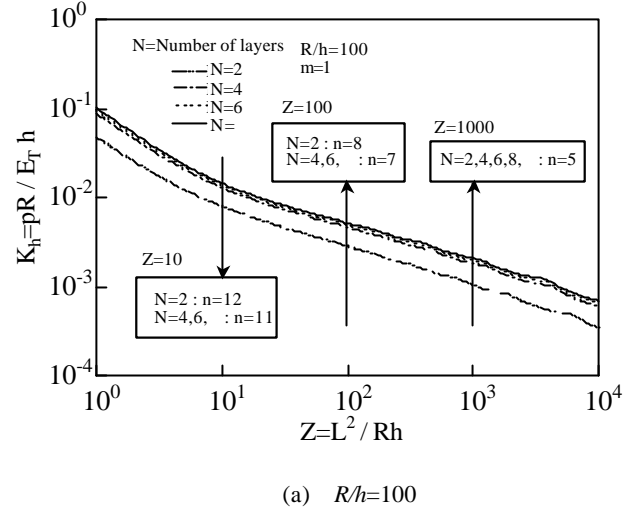
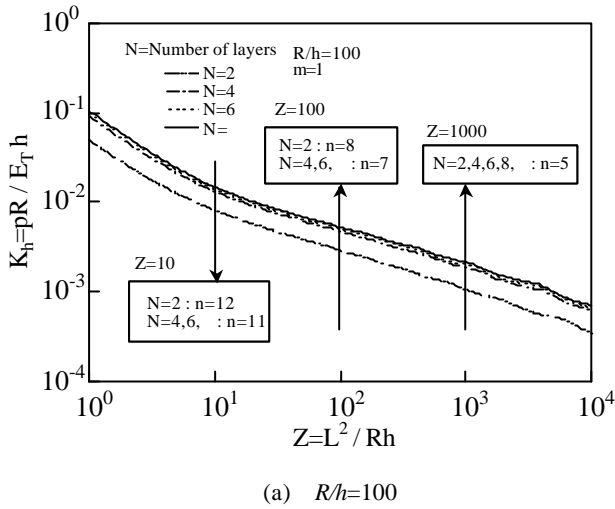


Fig.5 Variation of Buckling coefficients of antisymmetric cross-ply laminated cylindrical shells with shape parameter Z . (Inner lamination angle $=0^\circ$)

Fig.6 Variation of Buckling coefficients of antisymmetric cross-ply laminated cylindrical shells with shape parameter Z . (Inner lamination angle $=90^\circ$)

イ積層円筒殻の場合と同様に表されるので、一例として $Z=900$ の場合について示している。

(1) 積層角 θ の影響

座屈係数 K_h と積層角 θ との関係は、対称積層、逆対称積層の場合ともに、いずれの積層数、形状パラメータに対しても、 θ の増加にともなって増加し、 $\theta = 0^\circ$ のときに最小値を、 $\theta = 90^\circ$ のときに最大値を示す。これは円周方向に波形をもつ座屈波形を呈するからである。

(2) 形状パラメータ R/h の影響

座屈係数に及ぼす R/h の影響は、軸圧縮座屈の場合⁹⁾には、クロスプライ積層円筒殻の場合と同様に現れないが、静水圧座屈の場合には、対称積層、逆対称積層の場合ともに、ある Z 値のもとで、形状パラメータ R/h が大きくなるとともに K_h 値は低下する。

(3) 積層数 N の影響

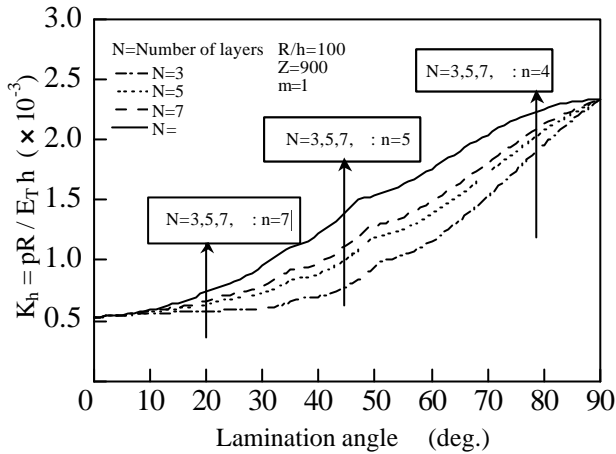
積層数 N の変化による K_h 値の低下は、積層角 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$

の場合にはないが、その中間の積層角 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の場合には、対称積層では伸張 - せん断カップリング効果により、逆対称積層では伸張 - ねじり(せん断 - 曲げ)カップリング効果により、ともに積層数が少なくなると顕著に現れる。特に2層の逆対称積層の場合には著しい低下を示し、他の積層構成の場合とは異なる挙動を示した。

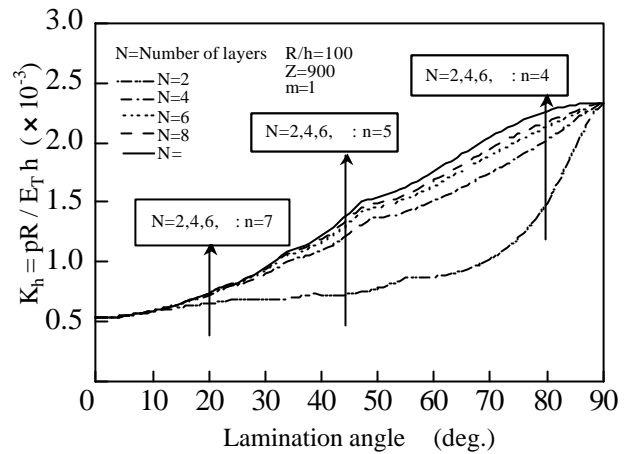
(4) 座屈波形の影響

最小座屈値を与える座屈波数のうち、軸方向半波数 m は、積層角、積層数、形状パラメータに関係なく1である。また円周方向波 n は、積層角、形状パラメータの変化により増減するが、積層数の変化による差はあまり現れない。

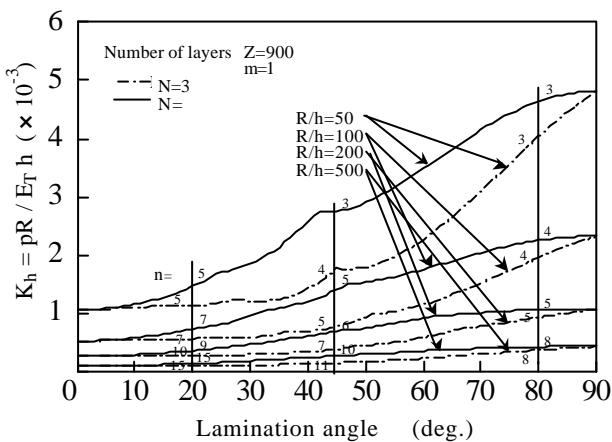
以上のことを前報⁵⁾の Donnell の殻理論による解析結果の場合と比較検討すると、クロスプライおよびアングルプライ積層円筒殻の場合ともに、Flügge の殻理論による座屈値のほうが極くわずかに低い座屈値を示し、危険側にくるので、その点注意しなければならない。



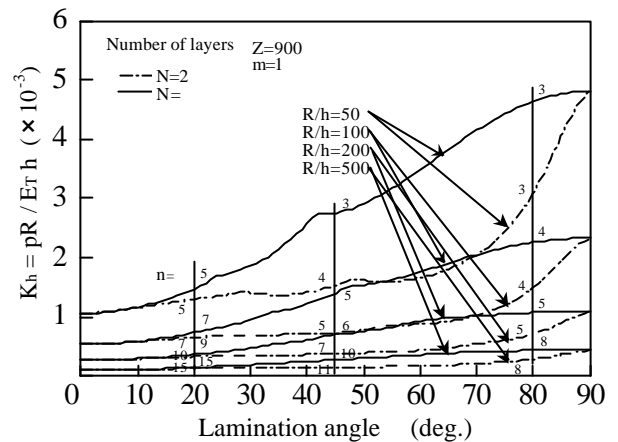
(a) R/h=100



(a) R/h=100



(b) R/h=50~500



(b) R/h=50~500

Fig.7 Variation of Buckling coefficients of symmetric angle-ply laminated cylindrical shells with lamination angle .

Fig.8 Variation of Buckling coefficients of antisymmetric angle-ply laminated cylindrical shells with lamination angle .

4. 結 言

本論文は、半径方向均一外圧のもとで解かれた複合材料積層円筒殻の座屈を、軸方向外圧も合わせて受けるいわゆる静水圧の場合に拡張したものである。Flügge 形の方程式により座屈値を解析し、代表的な、CFRP について、形状パラメータ R/h , $Z(=L^2/Rh)$ に対して無次元値で表示した。特に、座屈特性に及ぼす積層構成効果の影響を調べ、積層構成、積層順序、積層数、積層角、形状パラメータなどの変化が積層構成効果に大きく影響することを示した。

本論文では、面内変形と面外変形とが連成する問題の座屈値を求めたが、積層構成効果を考慮した積層構成の最適化を行うことが今後の課題である。

参考文献

1) R.M.Jones and H.S.Morgan : " Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated circular cylindrical Shells "AIAA J., Vol.13,No.5 (1975), 664.

2) 粕谷平和, 植村益次: 積層複合円筒殻の外圧による座屈, 材料, Vol.34,No.378 (1985),262.
 3) 粕谷平和, 植村益次: 積層複合円筒殻の半径方向外圧による座屈に及ぼす積層構成効果, 日本複合材料学会誌,Vol.12,No.2 (1986),73.
 4) 大矢弘史: 積層円筒殻外圧座屈の簡易計算式の精度, 日本機械学会論文集 A 編,Vol.53,No.486 (1987),288.
 5) 粕谷平和: 積層円筒殻の静水圧座屈に及ぼす積層構成の影響, 材料, Vol.38,No.435 (1989),14.
 6) R. M. Jones : " Mechanics of Composite Materials , "Chap.4 Mc Graw-Hill (1975).
 7) 植村益次, 山田直樹: 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料, Vol.24,No.257 (1975),156.
 8) 粕谷平和, 植村益次: 積層複合円筒殻の軸圧縮に及ぼすカップリング効果, 日本航空宇宙学会誌 Vol.30, No.346 (1982),664.
 9) 粕谷平和, 植村益次: アンギュラライ積層円筒殻の軸圧縮に及ぼすカップリング効果, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.51,No.462 (1985),393.