

ソリトン分裂波の砕波変形モデル

深澤雅人^{*1}・岩瀬浩之^{*2}・後藤智明^{*3}・飯田邦彦^{*4}

A Numerical Model for Soliton Fission and Wave Breaking of Shallow Water Waves

by

Masato FUKASAWA, Hiroyuki IWASE, Chiaki GOTO, Kunihiko IIDA

(Received on Sept.28,2001, Accepted on Nov.21,2001)

Abstract

Numerical calculations of shallow water waves with their disintegration into solitons are generally carried out by the Boussinesq equations. However, the Boussinesq equations do not automatically lead to wave breaking, because the frequency dispersion tends to balance the nonlinearity and to stabilize the wave profiles. Further the amplification of wave height in region just before breaking is also not sufficient due to their weak nonlinearity and dispersion. The artificial additional terms should be considered in the equations.

In this study, two kind of artificial terms are investigated through comparisons between numerical and hydraulic experimental results. One is an artificial amplification term for just before the breaking region and the other is a breaking term for spilling breakers. Both artificial terms are formulated as a momentum dissipation form.

Keywords: Boussinesq equation, Breaking Model, Soliton, Tsunami

1. はじめに

浅海域を伝播する津波のソリトン分裂は、波の非線形性と分散性を考慮した非線形分散長波式（Boussinesq 式）によって計算できることが知られている。しかし、同式では砕波による運動量逸散を考慮できないため、砕波による波高減衰を表現できない。加えて、同式による数値計算では波高水深比 0.60 を越える波の増幅が再現されないことが岩瀬ら³⁾によって指摘されている。

津波の分裂と砕波を考慮した既往の計算モデルとしては、Boussinesq 式に砕波による運動量逸散を表す擬似粘性項を導入した佐藤¹⁾や藤井ら²⁾のモデルがある。しかし、これらのモデルは、実験値との照合が十分であるとは言えず、計算精度に関する多くの問題が残されている。

そこで、本研究では、まず、水理実験を通して、水平床上を伝播するソリトン分裂波の砕波条件を明らかにした。次に、分裂・砕波の一連の変形機構を精度良く計算するために、「人為増幅項」と「砕波減衰項」を導入した計算モデルの開発を行った。さらに、水理実験と数値計算の比較から同モデルの精度を検討した。

2. 水理実験

2.1 実験装置および実験方法

実験には、Fig.2.1 に示す東海大学土木防災実験室内に設置さ

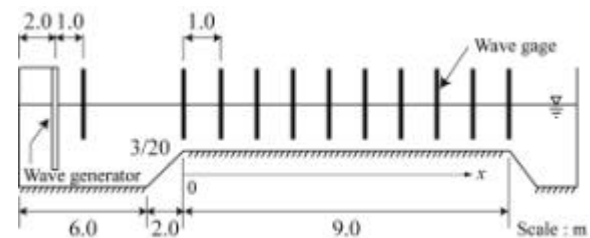


Fig.2.1 Experimental channel

れた全長 22m、幅 0.5m の造波水槽を用いた。造波板は水路端から 2m の位置にあり、造波された波は水路端から 6m の位置に設けられた 3/20 勾配斜面で波高の増幅が促され、水路端から 8m 離れた高水路部でソリトン分裂、そして砕波を起こす。波高の測定には容量式波高計を用い、砕波点と砕波終了点（再増幅点）の波高はビデオカメラで観測した。なお、波高計は数値計算の初期値記録用として水路端から 3m の位置に一本設置し、高水路部においては 1m 間隔で設置した。

本実験では、静水深、造波波高を変化させた全 19 ケースの実験を行った。Table.2.1 に造波ケースと観測諸量を示す。表中 h は静水深、 H_1 は高水路部始点で観測された波高（*印がつけられた数値は高水路部始点から 1m の位置で観測された波高）、 H_b は砕波点の波高である。なお、表中に *印がつけられている 11 ケースで砕波が確認された。

2.2 砕波点および砕波終了点の波高水深比

Fig.2.2 に水理実験で得られた砕波点の波高と静水深の関係を示す。多少のばらつきは見られるものの砕波点の波高水深比はおおむね、以下のとおりとなった。

*1 土木工学専攻博士課程前期
*2 研究推進部技術支援課技術員
*3 土木工学科教授
*4 土木工学科助教授

Table.2.1 Experimental condition

Case	Breaking	h (cm)	H_b (cm)	H_b/h	Case	Breaking	h (cm)	H_b (cm)	H_b/h
1		10	2.74	-	11		11	4.42	9.42
2		10	3.38	-	12		11	4.76	9.57
3		10	3.83*	-	13		11	5.20	10.06
4		10	4.03	-	14		12	3.63*	-
5		10	4.12	8.12	15		12	4.34*	-
6		10	4.50	8.91	16		12	4.81	9.40
7		10	4.82	9.70	17		12	5.14	9.99
8		10	5.11	-	18		15	3.57*	-
9		10	5.28	9.95	19		20	4.86*	-
10		11	4.06	8.63					

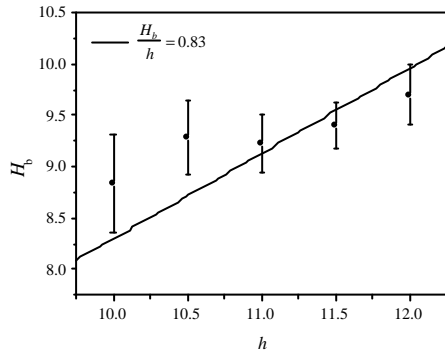


Fig.2.2 Breaking condition

$$\frac{H_b}{h} = 0.83 \quad (21)$$

Fig.2.3 は碎波終了点の波高と静水深の関係である。同図より、碎波終了点は波高水深比に関して以下の式を得た。

$$\frac{H}{h} = 0.55 \quad (22)$$

3. 数値計算

3.1 支配方程式

本研究では、下記に示す積分表示の Madsen-Sørensen 式⁴⁾に、碎波直前の波高増幅を促す「人為増幅項」と碎波による運動量逸散を表現するための「碎波減衰項」を、疑似粘性モデルとして加えた支配方程式とする。なお、式(3.2)の右辺第三項目が人為増幅項と碎波減衰項である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial h}{\partial x} \\ = \frac{2}{5} h^2 \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x^2} + \frac{1}{15} g h^3 \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + (n_a + n_b) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (32)$$

ここに、 Q は流量フラックス、 h は水位、 D は全水深、 g は重力加速度、 h は静水深、 n_a は渦動粘性の形でモデル化した人為増幅の係数、 n_b は渦動粘性の形でモデル化した碎波減衰の係数である。

3.2 数値計算法

本研究では、原ら⁵⁾と同様に、計算点配置が時空間で対象形

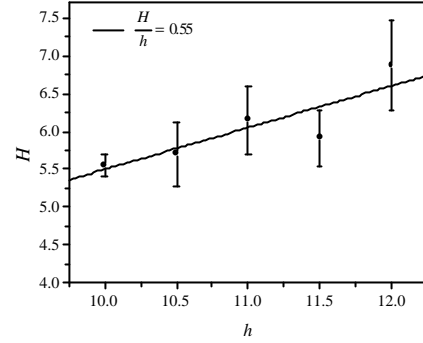


Fig.2.3 Re-development condition

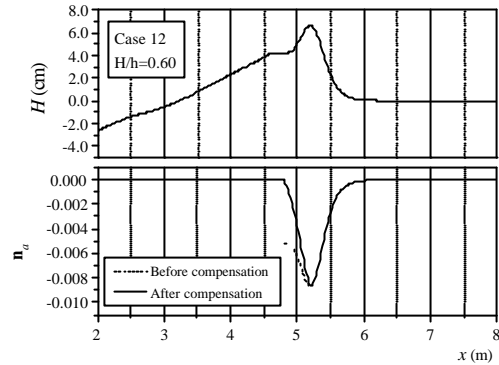


Fig.3.1 Distribution of n_a and wave profile

になる 2 段階混合差分法を用いた。差分式を以下に示す。

一段目は、連続の式と運動式の局所項と圧力項に関して陽差分を行い Q の中間値 Q^* を求める。

$$\frac{1}{\Delta t} [h_j^{n+1/2} - h_j^{n-1/2}] + \frac{1}{\Delta x} [Q_{j+1/2}^n - Q_{j-1/2}^n] = 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{\Delta t} [Q_{j+1/2}^* - Q_{j+1/2}^n] + \frac{gD}{\Delta x} [h_{j+1}^{n+1/2} - h_j^{n+1/2}] = 0 \quad (34)$$

二段目は運動式の移流項・分散項について陰差分計算を行う。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} [Q_{j+1/2}^{n+1} - Q_{j+1/2}^*] \\ & + \frac{1}{4\Delta x} \left[\left(\frac{Q}{D} \right)_{j+3/2}^n Q_{j+3/2}^{n+1} - \left(\frac{Q}{D} \right)_{j-1/2}^n Q_{j-1/2}^{n+1} \right] \\ & + \frac{1}{4\Delta x} \left[\left(\frac{Q}{D} \right)_{j+3/2}^n Q_{j+3/2}^n - \left(\frac{Q}{D} \right)_{j-1/2}^n Q_{j-1/2}^n \right] \\ & = \frac{2h^2}{5\Delta t \Delta x^2} [Q_{j+3/2}^{n+1} - 2Q_{j+1/2}^{n+1} + Q_{j-1/2}^{n+1}] \\ & - \frac{2h^2}{5\Delta t \Delta x^2} [Q_{j+3/2}^n - 2Q_{j+1/2}^n + Q_{j-1/2}^n] \\ & + \frac{gh^3}{15\Delta x^3} [h_{j+2}^{n+1/2} - 3h_{j+1}^{n+1/2} + 3h_j^{n+1/2} - h_{j-1}^{n+1/2}] \\ & + \frac{(n_a + n_b)}{2\Delta x^2} [Q_{j+3/2}^{n+1} - 2Q_j^{n+1} + Q_{j-1/2}^{n+1}] \\ & + \frac{(n_a + n_b)}{2\Delta x^2} [Q_{j+3/2}^n - 2Q_j^n + Q_{j-1/2}^n] \end{aligned} \quad (35)$$

ここに、 n は時間格子番号、 j は空間格子番号を表す。なお、時間格子間隔 $\Delta t = 0.005$ (s)、空間格子間隔 $\Delta x = 0.02$ (m) で計算を行った。

3.3 碎波前に関する人為増幅モデル

先に述べたように、非線形分散長波式を用いたソリトン

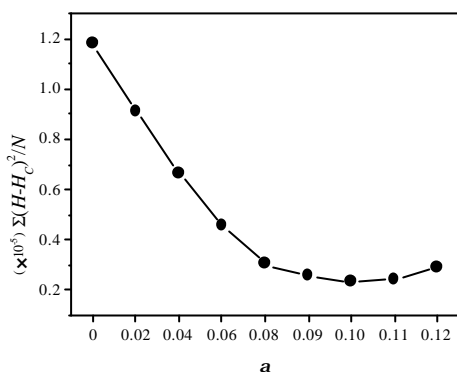


Fig.3.2 Relation between **a** and variance of wave height

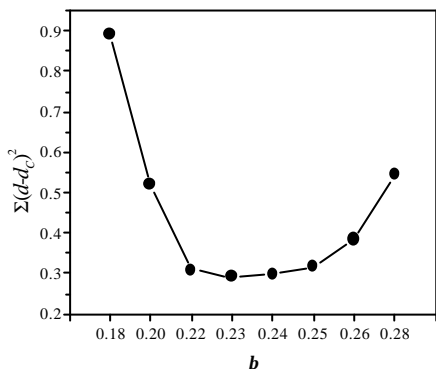


Fig.3.3 Relation between **b** and variance of distance of breaking point

分裂波の数値計算では、波高水深比 0.60 を越える波の増幅が再現されないことが岩瀬らによって指摘されている。そこで、本研究では、波高水深比 0.60 を越えた増幅中のソリトン分裂波に対して、人為的な波高増幅を促す人為増幅項を適用する。

人為増幅項は渦粘性の形で与え、係数 n_a はソリトン波列の中で波高水深比 0.60 を越えた波の波峰点を中心に前後の波谷までの部分に対して、

$$n_a = -a\sqrt{gDh} \quad (3.6)$$

の空間分布を与える。ここに、 a は定数である。

式(3.6)の近似のもとで、まず、流量フラックスの不要な反射の抑制について検討を行った。Fig.3.1 は Case12 に関する空間波形と n_a の分布を示したものである。人為増幅項はえり分けが完全に進んでいない分裂波に対して作用させるため、図中点線で示されるように後部の波谷で n_a の不連続点が生じ、計算中で流量フラックスの不要な反射がおこる。

そこで、この不要な反射を抑えるため n_a の不連続点に対し補正量を加えた。補正量は、波峰点の座標を x_p 、不連続点の座標を x_c 、不連続点における n_a の値を n_{ac} 、補正範囲を $L (=|x_p - x_c|)$ とし、以下のように定義した。

$$C(x) = -\frac{n_{ac}}{L} |x_p - x| \quad (3.7)$$

この補正を加えた n_a の分布を同図の実線で示す。

つぎに、水理実験と数値計算の比較から定数 a の値の検討を行った。Fig.3.2 は波高に関する分散値と a の関係である。なお、図中 H は実験波高、 H_c は計算波高、 N は対象実験データ総数で

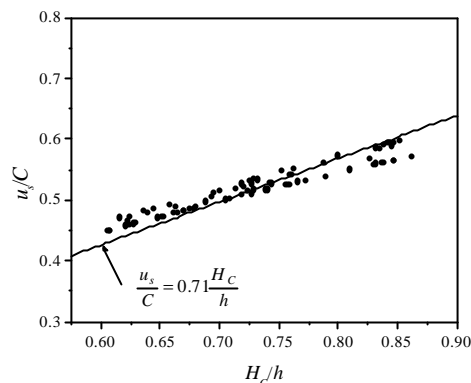


Fig.3.4 Relation between u_s/c and H_c/h

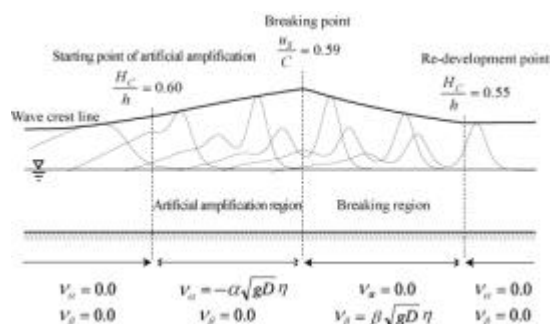


Fig.3.5 Model parameters

あり、波高に関する分散値は実験波高に対する計算波高のばらつきを表している。なお、 a の値としては同図の波高に関する分散値が最小となる 0.10 と定めた。

3.4 碎波減衰モデル

現在、碎波現象は力学的に未解明な部分が多く、その物理量の変化の詳細がよくわかっていないため、力学的裏付けのある碎波モデルは定まっていない。そのため、佐藤¹⁾や藤井ら²⁾は擬似的な粘性項を導入することによって、碎波による運動量逸散を表現する計算モデルを提案している。本研究においても佐藤や藤井らと同様に、碎波減衰の計算モデルとして人為的な粘性項である「碎波減衰項」を導入する方法を用いた。

碎波減衰項は人為増幅項と同じ渦粘性の形で与え、係数 n_b は代表流速を波速、渦径を波高とするモデルで与えた。係数 n_b は、計算中でソリトン波列の中で碎波した波の波峰点を中心に前後の波谷までの部分に対して、

$$n_b = b\sqrt{gDh} \quad (3.10)$$

の空間分布を与えた。ここに、 b は水理実験と数値計算の比較により決められる定数である。ただし、 n_b には人為増幅モデルの係数と同様の方法で、不連続面を解消する補正が加えられている。なお、定数 b は、 a の場合と同様に水理実験と数値計算の比較から決定した。碎波点から碎波終了点の距離を碎波距離と定義し、碎波距離に関する分散値と b の関係を示したものが Fig.3.3 である。なお、 d は実験碎波距離、 d_c は計算碎波距離であり、碎波距離に関する分散値は実験碎波距離に対する計算碎波距離のばらつきをあらわしている。同図から b は、碎波距離に関する分散値が最小となる0.23と定めた。

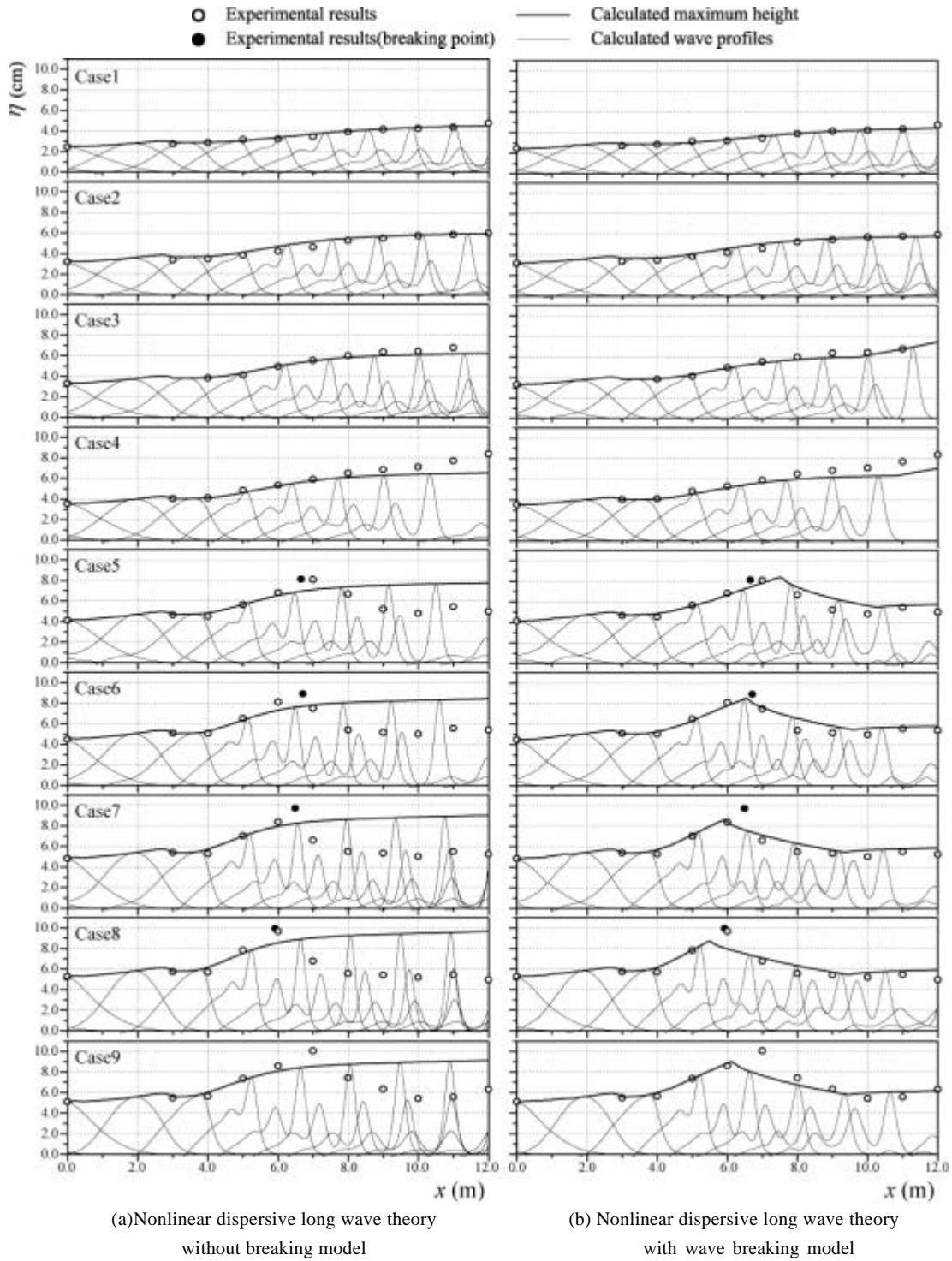


Fig.3.6 Comparison between measured and calculated wave heights.part.1

なお、数値計算の砕波条件には、反射波の影響を考慮し、佐藤¹⁾や藤井ら²⁾と同様に流速波速比を用いた。数値計算上、流速波速比と波高水深比の間には Fig.3.4 に示すような関係があり、この関係に水理実験で得られた砕波条件 $H/h=0.83$ を当てはめると流速波速比の砕波条件、

$$\frac{u_s}{C} = 0.71 \frac{H_c}{h} = 0.59 \quad (37)$$

が得られた。ここで、 u_s は水表面の流速を表し、 C は以下の式

で与えられる孤立波の波速である。

$$C = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h}{h}\right) \quad (38)$$

ただし、同図に示す関係は、本研究が対象としている水平床上を伝播するソリトン分裂波のみに有効であり、斜面上を伝播する場合には別途検討が必要と考えられる。なお、本研究では水表面の流速 u_s を以下の式で定義した。

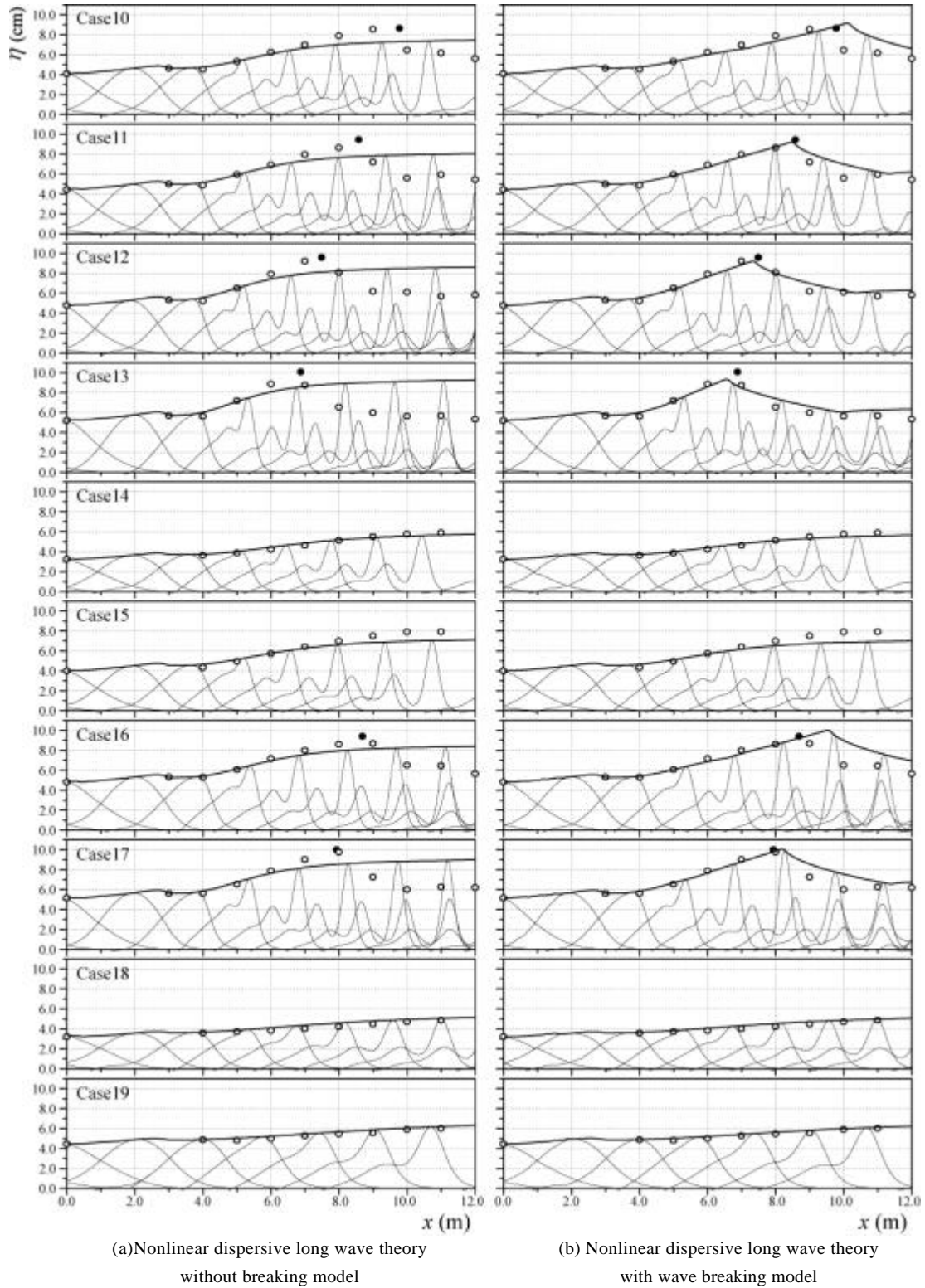


Fig.3.7 Comparison between measured and calculated wave heights.part.2

$$u_s = u - \frac{D^2}{3} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \quad (39)$$

ここで、 \bar{u} は断面平均流速 ($=Q/D$) を表す。

3.5 水理実験と数値計算の比較

Fig.3.5 に、人為増幅モデルと砕波減衰モデルに関する渦動粘

性係数、および各モデルの適用範囲を示した。これらの条件のもとで、今回水理実験を行った全 19 ケースについての数値計算を行い、水理実験と比較したものを Fig.3.6 と Fig.3.7 に示す。図中、白丸 (○) は水理実験における波高計の最大水位を示し、黒丸 (●) はビデオカメラによって得られた砕波点の波高を示したものである。また、細線は数値計算で出力された 1.0 秒ご

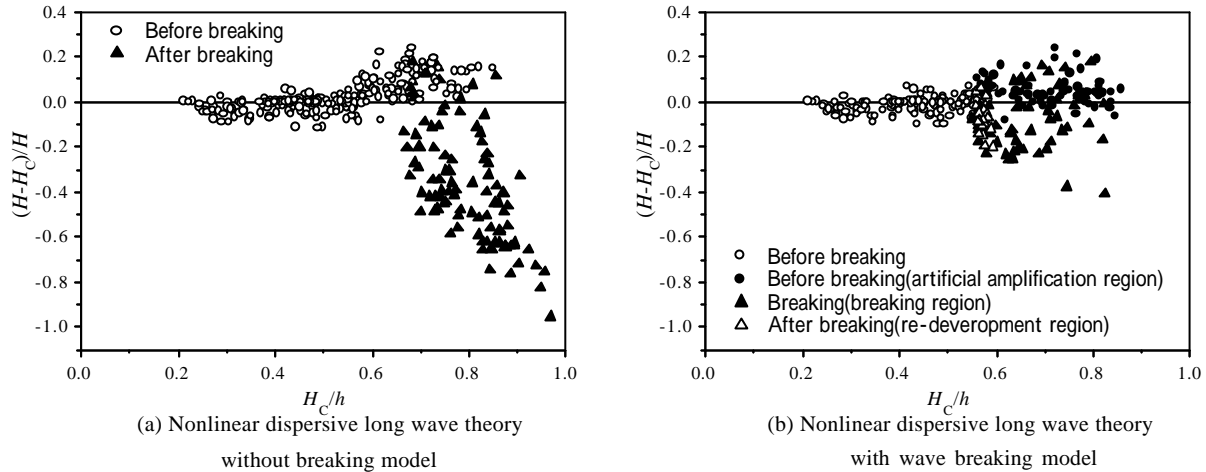


Fig.3.8 Relation between H_c/h and error of wave height

と波形を表し、太線は数値計算の波峰線を表す。同図(a)は砕波モデルを考慮しない非線形分散長波式を支配方程式にした計算結果である。波の立ち上がりから波高水深比 0.60 までの増幅過程はよく再現されているが、岩瀬ら³⁾の指摘の通り、砕波直前から精度が悪くなっている。同図(b)は砕波を考慮した本モデルの計算結果であるが、増幅過程に加え、砕波直前の急激な波の立ち上がりと砕波による波高減衰が比較的良好に再現されていることがわかる。

Fig.3.8 は砕波する 9 ケースを対象に、縦軸に実験値と計算値の波高誤差、横軸に波高水深比を取ったものである。同図(a)が砕波モデルを考慮しない非線形分散長波式で計算したものであるが、波高水深比が 0.60 を越えると計算値が過小評価され、砕波後は大幅に計算値が過大評価されていることがわかる。一方、砕波を考慮した本モデルは、同図(b)に示すとおり、増幅・砕波過程をほぼ誤差 20% 以内で再現することができる。

4. おわりに

本研究では、入射波高・静水深の異なる全 19 ケースの孤立波造波実験を行い、砕波領域が波高水深比でおおむね 0.83~0.55 であることを明らかにした。また、非線形分散長波式を用いてソリトン分裂波の増幅・砕波過程を精度良く計算するために、人為増幅項と砕波減衰項を導入した計算法を提案した。各モデルの係数中の定数は水理実験と数値計算の比較から決定し、各モデルの適用範囲は水理実験から得られた砕波条件・砕波終了条件から決定した。提案したモデルは今回行った実験の範囲で、ソリトン分裂波の増幅・砕波の変形過程を約 20% の誤差範囲で

再現することが可能である。今後は、斜面上を伝播する場合や陸上遡上に伴う砕波変形を精度良く再現できる計算モデルを検討していくことが課題である。

謝辞 本研究を実施するにあたり、東海大学大学院工学研究科土木工学専攻博士課程後期の安田浩保氏と土木工学科 4 年生には多大なるご助力をいただいた。また、本研究の一部は科学研究補助金基盤研究(C)(2)(代表：後藤智明、課題番号：12650520)により行われた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 佐藤慎司 (1995): 波の分裂と砕波を考慮した津波の数値計算, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp.376-380.
- 2) 藤井直樹, 大森政則, 高尾 誠, 金山 進(1996): 津波の流速計算に関する研究, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp.291-295.
- 3) 岩瀬浩之, 竹田勝博, 後藤智明 (2000): ソリトン分裂波の増幅機構と誤差特性に関する一考察, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp.21-25.
- 4) Madsen, P.A. and Sørensen O.R. (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying bathymetry, Coastal Eng., Vol. 18, pp. 183-204.
- 5) 原 信彦, 岩瀬浩之, 後藤智明 (1998): 非線形分散波理論に関する多段階混合差分スキームの提案, 海岸工学講演会論文集, 第 45 巻, pp.26-30