

# 座屈前変形を考慮した繊維強化積層円筒殻の熱座屈解析

中村 信也\*<sup>1</sup>・粕谷 平和\*<sup>2</sup>

## Analysis on Buckling of Fiber-Reinforced Laminated Cylindrical Shells by Taking Account of Prebuckling Deformation under Thermal Loads

by

Shinya NAKAMURA and Hirakazu KASUYA

(Received on Mar. 31, 2003, accepted on Jul. 16, 2003)

### Abstract

Advanced fiber-reinforced laminated composite materials have been used for structural members in various fields, because of their high specific strength and stiffness. In the present paper, the buckling problems of carbon fiber/epoxy (CFRP) laminated cylindrical shells under thermal loads are considered. That is, the effects of lamination angle and dimension of cylinders on the thermal loads are analysed by assuming a prebuckling deformation that satisfies the equilibrium equation based on Donnell-type expressions.

**Keywords:** Structural analysis, Composite materials, Buckling, Laminated cylindrical shells, Thermal loads, Prebuckling deformation

## 1. 緒言

CFRP に代表される高性能繊維強化複合材料は、比強度、比剛性の点で従来の金属材料をしのいでいるため、円筒殻構造としても航空宇宙機器を中心に多くの分野で用いられるようになってきた。そこで、軸圧縮<sup>1),2)</sup>、外圧力<sup>3),4)</sup>、静水圧力<sup>5)</sup>、ねじり<sup>6)</sup>、曲げ<sup>7)</sup>などの種々の機械的負荷が作用する場合について、座屈問題に関する研究が行われている。

しかし、機械的な負荷を受けなくとも、円筒殻の温度変化による熱変形が拘束されると、面内に応力が発生し面内剛性が低下するほか、それが圧縮応力の場合は臨界温度を超えると、外的負荷なしに座屈現象が引き起こされる<sup>8)</sup>。そのため、このような熱座屈現象による部材の安定問題は、工学的に興味深い研究対象であるのみでなく、構造設計の立場からも非常に重要である。

一般に熱負荷を受ける円筒殻は、座屈をすることなしに半径方向に変形をすることが可能であるため、熱変形が完全に拘束されると仮定し熱座屈解析を行うと、実際の座屈温度より非常に低い計算値が得られることになる<sup>9)</sup>。そのため、座屈解析を行うと同時に座屈前の熱変形解析を行わなければならない。

そこで本論文では、一様温度上昇する繊維強化積層円筒殻に対して、座屈前の熱変形を考慮し、繊維の配向方向が座屈温度に与える影響について検討する。

## 2. 理論的解析法

### 2.1 基礎式

解析モデルとして、Fig.1に示すような、半径  $R$ 、筒長  $L$ 、板厚  $h$  の積層円筒殻が一様に加熱される場合を考える。座標原点を円筒中央にとり、円筒軸方向、円周方向、板厚方向にそれぞれ  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸をとる。また、それぞれの方向の変位を  $u$ 、 $v$ 、 $w$  とする。

中央面における面内ひずみ成分、 $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$ 、 $\gamma_{xy}$ 、曲率成分  $\kappa_x$ 、 $\kappa_y$ 、 $\kappa_{xy}$  および変位成分  $u$ 、 $v$ 、 $w$  の関係は次式のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

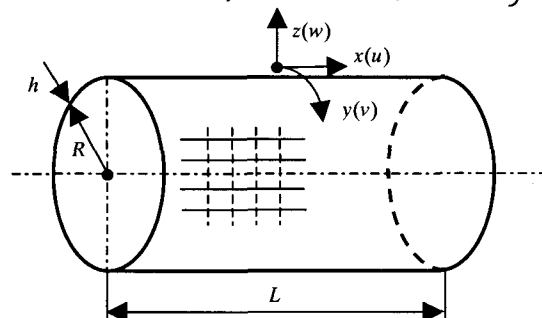


Fig.1 Configuration and coordinates of cylinder.

\* 1 工学研究科機械工学専攻博士課程前期  
\* 2 工学部動力機械工学科教授

また、一様に加熱される一方向繊維強化積層円筒殻の合応力と面内ひずみ成分、合モーメントと曲率成分の関係を表す Donnell 型の構成方程式は次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、式 (2) 中の  $A_{ij}$ ,  $D_{ij}$  ( $i, j=1,2,6$ ) はそれぞれ伸張剛性マトリックス、曲げ剛性マトリックスと呼ばれ、次式で計算される。

$$\begin{Bmatrix} A_{ij} \\ D_{ij} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{Bmatrix} (h_k - h_{k-1}) \\ (h_k^3 - h_{k-1}^3)/3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Fig.2 に積層円筒殻の積層構成を示す。ここで、 $k$  番目の層における  $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$  ( $i, j=1,2,6$ ) は、一方向強化材のヤング率  $E_L$ ,  $E_T$ , せん断弾性係数  $G_{LT}$ , ポアソン比  $\nu_L$ ,  $\nu_T$  および  $k$  番目の層の繊維配向角  $\theta$  によって求められる。一方向繊維強化積層材は、 $x$  軸方向(繊維配向角  $\theta=0(\text{deg.})$ )または  $y$  軸方向(繊維配向角  $\theta=90(\text{deg.})$ )の層を積層したものである。また、式 (2) の右辺第 3 項は、熱変形を完全に拘束されたときに発生する熱合応力で、次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{Bmatrix}^{(k)} \Delta T dz \quad (4)$$

式 (4) において  $\Delta T$  は円筒殻の温度変化(K)であり、 $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  は各層の円筒軸方向、円周方向の熱膨張係数である。

円筒殻の座屈解析における単純支持の境界条件は 4 種類であり、それぞれ円筒殻の両端  $x=\pm L/2$  で、次のような拘束がなされる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{S-1 } u = v = w = M_x = 0 \\ \text{S-2 } N_x = v = w = M_x = 0 \\ \text{S-3 } u = N_{xy} = w = M_x = 0 \\ \text{S-4 } N_x = N_{xy} = w = M_x = 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

本解析では、境界条件 (S-1) の場合について取り上げる。

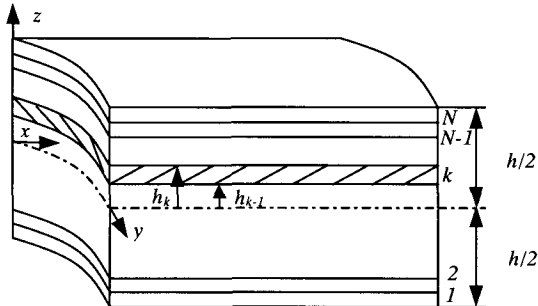


Fig.2 Geometry of an N-layerd laminate.

## 2. 2 座屈前変形解析

一般に温度変化を受ける円筒殻は座屈を起こす前にも面内、面外に変位を生じ、円筒殻の広い部分で円周方向合応力は 0 になる。座屈前の変形は、温度変化が一様であるとする軸対称変形であるため、各変数は  $x$  の関数であり、 $v_0 = N_{xy0} = 0$  である。座屈前の状態における各変数には添え字 "0" をつけて表すと、座屈前の Donnell 型の  $x$  方向、 $z$  方向の平衡方程式は次のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{12} \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \\ D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{1}{R} \left( A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{22} \frac{w_0}{R} - N_y^T \right) = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

ここで、境界条件を満足する座屈前変位関数を次のような形で仮定する。

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = \sum_{r=1}^s U_r \cos \frac{r\pi}{L} x \\ w_0 = \sum_{r=1}^s W_r \cos \frac{r\pi}{L} x \end{array} \right\} \quad (7)$$

ただし、 $r (=1,3,5,\dots,s)$  であり、 $U_r$ ,  $W_r$  は変位関数である。これらの変位関数の最適値を求めるために Galerkin 法を用いる。すなわち、境界条件を満足するように仮定した変位関数を式 (6) に代入し、さらに重み関数に変位関数と同じ形の関数を用い、変位関数の定義域内で積分した値を 0 とし、それぞれの変位関数に対する最適値を求める。

$$\left. \begin{array}{l} \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{r=1}^s \left( A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{12} \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) u_0 dx = 0 \\ \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{r=1}^s \left\{ D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{1}{R} \left( A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{22} \frac{w_0}{R} - N_y^T \right) \right\} w_0 dx = 0 \end{array} \right\} \quad (8)$$

式 (8) によって求めた変位関数は、次のように表される。

$$\left. \begin{array}{l} U_r = 0 \\ W_r = \frac{(-1)^{\frac{r-1}{2}} \frac{4}{r\pi R}}{A_{22} \frac{r^4 \pi^4}{R^2} + D_{11} \frac{r^4 \pi^4}{L^4}} N_y^T \end{array} \right\} \quad (9)$$

式 (9) から座屈前軸方向変位  $u_0$  が円筒両端で拘束される (S-1) 場合、座屈前軸方向変位  $u_0$  は円筒の全域で 0 になることがわかる。このことを考慮すると、座屈前に生じる軸方向合応力  $N_{x0}$ 、円周方向合応力  $N_{y0}$  は、それぞれ次のように表される。

$$\left. \begin{array}{l} N_{x0} = A_{12} \frac{w_0}{R} - N_x^T \\ N_{y0} = A_{22} \frac{w_0}{R} - N_y^T \end{array} \right\} \quad (10)$$

## 2. 3 座屈解析

座屈を生じるまでに合応力は変化しないとすれば、座屈を生じる際の全ポテンシャルエネルギーは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^{2\pi R} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left[ A_{11} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2A_{12} \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \right) + A_{22} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \right)^2 \right. \\ & + A_{66} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ & + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{66} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \\ & + 2 \frac{\partial w_0}{\partial x} \left[ \left\{ A_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + A_{12} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \right) \right\} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right. \\ & \left. + \left\{ A_{66} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) + N_{x0} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_{y0} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、座屈前変位と同様に、境界条件 (S-1) を満足する座屈時変位関数を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \cos \frac{n}{R} y \sum_{m=1}^q U_m \cos \frac{m\pi}{L} x \\ v &= \sin \frac{n}{R} y \sum_{m=1}^q V_m \cos \frac{m\pi}{L} x \\ w &= \cos \frac{n}{R} y \sum_{m=1}^q W_m \cos \frac{m\pi}{L} x \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ただし、 $m (=1, 3, 5, \dots, q)$  は座屈時の軸方向半波数、 $n$  は円周方向波数である。また、 $U_m, V_m, W_m$  はそれぞれ  $u, v, w$  に関する変位関数である。式 (7), (10), (12) を式 (11) に代入し、近似解法の一つである Rayleigh-Ritz 法を用いて、全ポテンシャルエネルギー  $\Pi$  を変位関数に関して極小化するため、全ポテンシャルエネルギー  $\Pi$  を  $U_m, V_m, W_m$  で偏微分して 0 とおく。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial U_m} = \frac{\partial \Pi}{\partial V_m} = \frac{\partial \Pi}{\partial W_m} = 0 \quad (13)$$

極小化の結果から、次に示すような変位関数に関する連立一次方程式を得られる。

$$\begin{bmatrix} H_{11mp} & H_{12mp} & H_{13mp} \\ H_{21mp} & H_{22mp} & H_{23mp} \\ H_{31mp} & H_{23mp} & H_{33mp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ V_m \\ W_m \end{Bmatrix} = 0 \quad (14)$$

ここで、 $H_{ijmp}$  ( $i, j=1, 2, 3$ ) は次式で示される。

$$H_{11mp} = \left( A_{11} \frac{mp\pi^2}{L^2} + A_{66} \frac{n^2}{R^2} \right) \frac{L}{2} \delta_{mp}$$

$$H_{12mp} = 0$$

$$H_{13mp} = 0$$

$$H_{21mp} = 0$$

$$H_{22mp} = \left( A_{22} \frac{n^2}{R^2} + A_{66} \frac{mp\pi^2}{L^2} \right) \frac{L}{2} \delta_{mp}$$

$$\begin{aligned} H_{23mp} &= A_{22} \frac{n}{R^2} \frac{L}{2} \delta_{mp} + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_{r=1}^s \frac{r\pi}{L} W_r \sin \frac{r\pi}{L} x \\ &\quad \times \left\{ A_{12} \frac{n}{R} \frac{m\pi}{L} \sin \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \cos \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \right. \\ &\quad \left. - A_{66} \frac{n}{R} \frac{p\pi}{L} \sin \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \cos \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \right\} dx \end{aligned}$$

$$H_{31mp} = 0$$

$$H_{32mp} = H_{23mp}$$

$$\begin{aligned} H_{33mp} &= \left\{ A_{22} \frac{1}{R^2} + D_{11} \frac{m^2 p^2 \pi^4}{L^4} + D_{12} \frac{n^2}{R^2} \frac{(m^2 + p^2) \pi^2}{L^2} \right. \\ &\quad + D_{22} \frac{n^4}{R^4} + 4D_{66} \frac{n^2 mp\pi^2}{R^2 L^2} - N_x^T \frac{mp\pi^2}{L^2} - N_y^T \frac{n^2}{R^2} \left. \right\} \frac{L}{2} \delta_{mp} \\ &\quad + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_{r=1}^s \frac{r\pi}{L} W_r \sin \frac{r\pi}{L} x \\ &\quad \times \left[ A_{12} \frac{1}{R} \frac{\pi}{L} \left\{ m \sin \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \cos \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + p \sin \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \cos \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \right\} \right] dx + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_{r=1}^s \frac{r\pi}{L} W_r \cos \frac{r\pi}{L} x \\ &\quad \times \left\{ A_{12} \frac{1}{R} \frac{mp\pi^2}{L^2} \sin \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \sin \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \right. \\ &\quad \left. + A_{22} \frac{n^2}{R^3} \cos \left( \frac{m\pi}{L} x \right) \cos \left( \frac{p\pi}{L} x \right) \right\} dx \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $\delta_{mp}$  はディラックのデルタ関数であり、次のような性質を持つ。

$$\delta_{mp} \begin{cases} = 1 & m = p \\ = 0 & m \neq p \end{cases} \quad (16)$$

式 (14) は結局、一般化固有値問題に帰着でき、係数行列式を 0 とする固有値のうち、最小のものが座屈温度  $T_{cr}$  となる。最小固有値が求まれば、それに対する最小固有ベクトル  $U_m, V_m, W_m$  から座屈時の変位  $u, v, w$  が決定される。

## 3. 数値計算例と解析結果の検討

数値計算例として、炭素繊維強化プラスチック (CFRP) 材を考える。その基本材料定数 (繊維容積含有率  $V_f=60\%$ ) は、平均化近似解法による式により計算され、実験でも確かめられた値である<sup>10)</sup>。

Table 1 Material constants CFRP.

$E_L=137(\text{GPa}), E_T=8.17(\text{GPa}), G_{LT}=4.75(\text{GPa})$
$\nu_L=0.316, \nu_T=0.0189$
$\alpha_L/\alpha_0=0.025, \alpha_T/\alpha_0=40.1$
$\alpha_0=1.0 \times 10^{-6}(1/\text{K})$

3. 1 座屈前収束状況

本解析に用いた計算精度は、変位を表すフーリエ級数に左右される。つまり、座屈前では式(7)の $r$ に依存するので、座屈温度を計算するまえに収束状況を調べる必要がある。収束の一例として、Fig.3に半径板厚比 $R/h=100$ 、形状パラメータ $Z(=L^2/Rh)=900$ で、一様温度上昇 $100(K)$ を受ける場合の座屈前変位と級数 $r$ の関係を示す。境界条件(S-1)において、積層角 $\theta=90(deg.)$ が $r=45$ 程度で収束しており、そのため、座屈前の解析においては $r=49$ として計算を行った。

3. 2 座屈前変形の検討

Fig.4に示すように、積層角 $\theta=0(deg.)$ の場合に比べ、 $90(deg.)$ の場合はほとんど座屈前に変形を起こさない。これは材料定数からもわかるように、繊維方向の熱膨張係数が非常に小さいことから容易に想像できる。また、板厚方向の座屈前変形量は円筒殻の両端からある程度距離が離れば、ほぼ一定となる。

温度変化によって生じる軸方向合応力は、Fig.5より積層角 $\theta=0(deg.)$ の場合、座屈前変形を生じるため、ポアソン比の影響によって広範囲で0となる。しかし、積層角 $\theta=90(deg.)$ の場合、軸方向合応力は低下していないことがわかる。円周方向合応力は、Fig.6から積層角 $\theta=0,90(deg.)$ いずれの場合にも広範囲で0になっている。これは、円筒殻においては両端境界付近を除き板厚方向に変形が拘束されないため、両端からある程度距離が

離れている部分においては無応力場が生じているためである。また、半径方向変位が大きい積層角 $\theta=0(deg.)$ の場合、円筒殻両端で拘束される度合いが大きいため、積層角 $\theta=90(deg.)$ の場合よりも発生する円周方向合応力はかなり大きくなる。これらの応力解析から積層角 $\theta=90(deg.)$ の円筒殻の方が $0(deg.)$ よりも低い温度で座屈するということが推察できる。

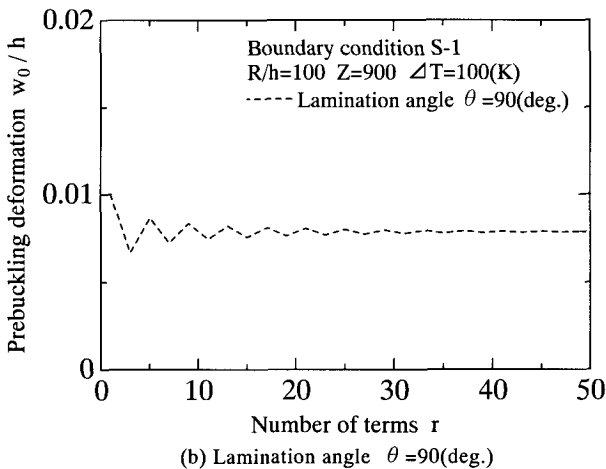
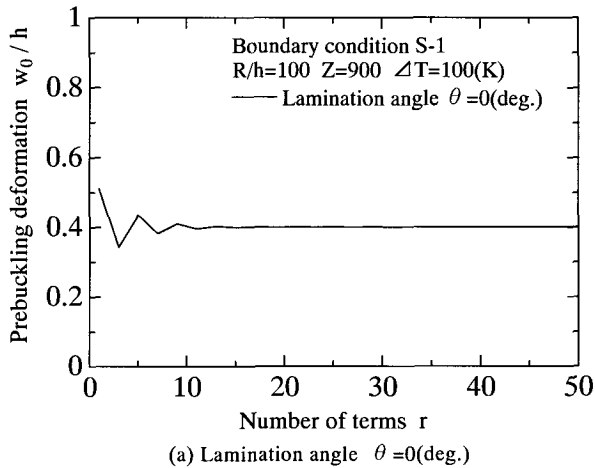


Fig.3 Convergence of prebuckling deformation  $w_0/h$  of orthotropic cylindrical shells.

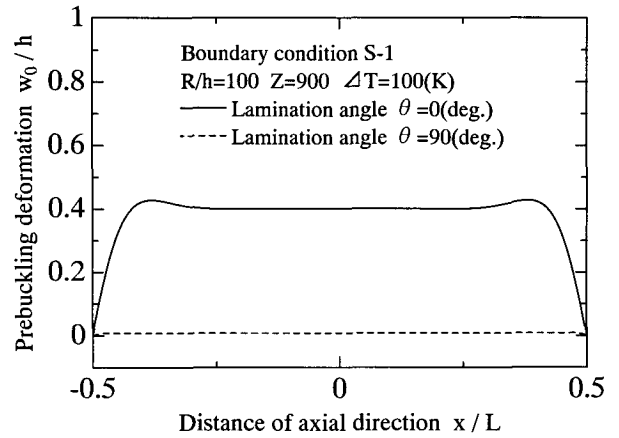


Fig.4 Relation between prebuckling deformation  $w_0/h$  and distance of axial direction  $x/L$ .

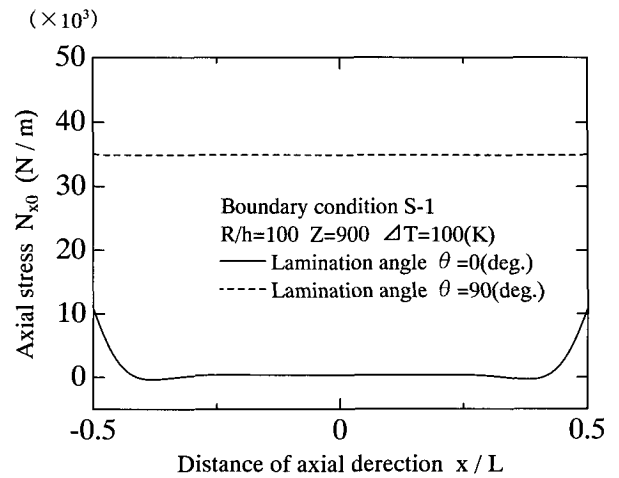


Fig.5 Relation between axial stress  $N_{x0}$  and distance of axial direction  $x/L$ .

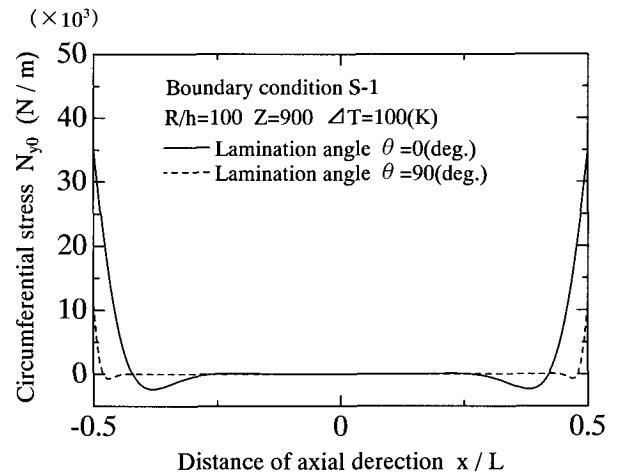


Fig.6 Relation between circumferential stress  $N_{y0}$  and distance of axial direction  $x/L$ .

### 3. 3 座屈温度収束状況

座屈前と同様に座屈温度の収束状況を調べる必要があり、座屈時では式(12)の  $m$  に依存している。収束の一例として、Fig.7 に半径板厚比  $R/h=100$ 、形状パラメータ  $Z(=L^2/Rh)=900$  における座屈温度と級数  $m$  の関係を示す。これより、 $m=41$  程度で収

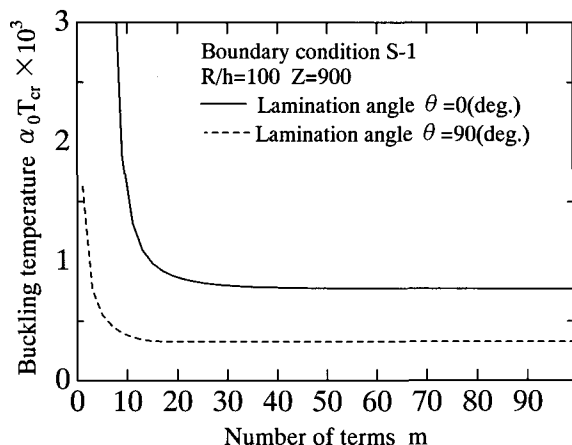


Fig.7 Convergence of buckling deformation  $w/h$  of orthotropic cylindrical shells.

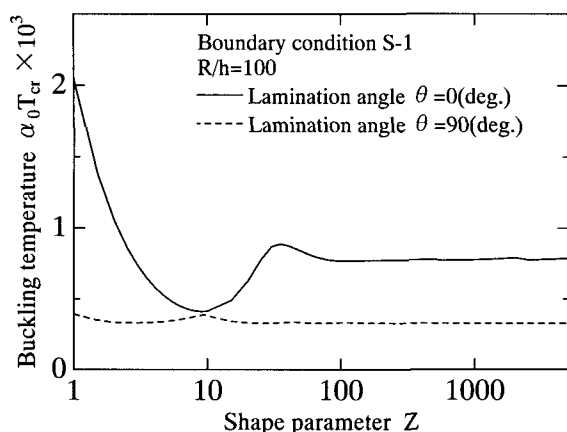


Fig.8 Relations between buckling temperature and shape parameter  $Z$  of orthotropic cylindrical shells.

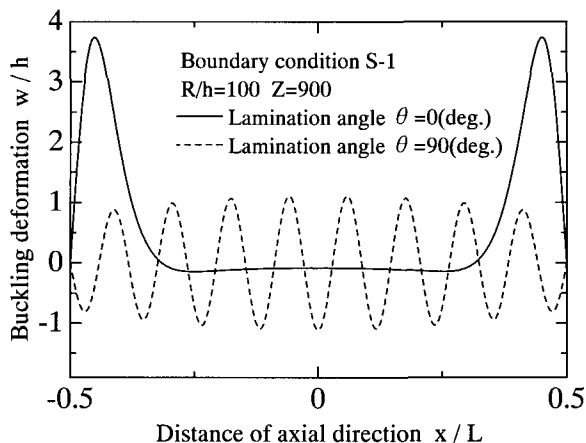


Fig.9 Buckling mode variation of orthotropic cylindrical shells.

束しており、そのため、座屈時解析においては  $m=45$  として計算を行った。

### 3. 4 座屈温度の検討

座屈温度と形状パラメータの関係を Fig.8 に示す。  $Z \geq 100$  で座屈温度はほぼ一定となることがわかる。これは、円筒殻の両端付近で軸方向合応力、円周方向合応力の値が最も大きくなるために、円筒殻両端付近の合応力が臨界応力を超えると座屈を生じるものと考えられる。また、 $Z$  の値が小さい場合には、 $Z \geq 100$  の時よりも低い座屈温度を示す場合もあるが、この領域では円筒殻の筒長が十分に長いとは言えないために、境界条件の影響を強く受けたものと考察できる。

### 3. 5 座屈波形の検討

積層角  $\theta=0(\text{deg.})$  の場合は、座屈前の応力状態が高い大きな座屈波形が生じており、座屈前に軸方向合応力、円周方向合応力が 0 に近かった円筒殻中央付近ではほとんど座屈波形は現れていない。このことから、積層角  $\theta=0(\text{deg.})$  の円筒殻の場合、円筒殻両端付近で合応力が臨界応力を越えたため円筒殻両端付近で局部的に座屈したものと考えられる。積層角  $\theta=90(\text{deg.})$  の場合には、円筒殻全域にわたって座屈波形が生じている。すなわち、ダイヤモンド波形が円筒殻の広い範囲にわたり生じていることを示している。ここでの円周方向波数は  $n=8$  である。このような挙動が生じる原因として、円周方向合応力は広い範囲で 0 となっているが、軸方向合応力はほとんど低下するこなく一様に分布しているためと考察できる。

## 4. 結 言

本論文では、繊維強化積層円筒殻の熱座屈問題を、両端単純支持 (S-1) の境界条件の下で、温度変化が一樣温度上昇する場合について理論的に解析を行った。座屈前の変形を考慮し、Donnell 型の殻理論を用いて数値計算を行い、繊維の配向方向が熱座屈値に及ぼす影響について検討した。

その結果、座屈前に板厚方向に変形することにより、円周方向合応力は円筒殻の筒長が十分に長ければ、広い範囲で 0 となる。そのため、円筒殻の中央付近では座屈は生じず、円筒殻の両端付近で合応力が臨界応力を超えるために、熱座屈が生じることを示した。

### 参考文献

- 1) 粕谷平和, 植村益次: 日本航空宇宙学会誌, Vol.30, No.346 (1982), 664.
- 2) 粕谷平和, 植村益次: 日本機械学会論文集 A 編 Vol.51, No.462 (1985), 393.
- 3) 粕谷平和, 植村益次: 材料, Vol.34, No.378 (1985), 262.
- 4) 粕谷平和, 植村益次: 日本複合材料学会誌, Vol.12, No.2 (1986), 73.
- 5) 粕谷平和: 材料, Vol.38, No.435 (1989), 1378.
- 6) 粕谷平和: 日本複合材料学会誌, Vol.17, No.8 (1991), 74.
- 7) 粕谷平和, 青山淳: 材料, Vol.45, No.8 (1996), 888.
- 8) S. Das Gupta and I. Chin Wang: Fibre Science and Technology, Vol.6, No.1, Jan., (1973), 39.
- 9) Ross, B, Hoff, NJ, and Horton, WH: Exp, Mech, 6(11), (1966), 529.
- 10) 植村益次, 山田直樹: 材料, Vol.24, No.257 (1975), 156.