

回転円柱の圧力応答特性

高山晋一*¹・青木克巳*²

Pressure Response Characteristics of a Measurement System for a Rotating Cylinder

by

Shinichi TAKAYAMA and Katsumi AOKI

(received on Mar,31, 2003 & accepted Aug,18 ,2003)

Abstract

Over the past few years, several studies on the pressure measurement in a rotating cylinder have been carried out. However, it is considered that the argument regarding the response characteristics of a measurement system is inadequate. Thus, in this paper, the response characteristics of a measurement system for a rotating cylinder are clarified, and a proofreading method for obtaining the exact surface pressure of a cylinder to the angle from the stagnation point is described. In the measurement system used in this research, a time lag in response to the pressure fluctuation on the surface of the cylinder is observed. Therefore, the correct flow phenomenon on the surface of the cylinder cannot be determined based on the result obtained in this experiment. However, using a correction expression, a correct pressure fluctuation and a correct phenomenon can be determined.

Keywords: Rotating cylinder, Pressure response, Pressure measurement

1.はじめに

滑面円柱まわりの研究は、流体力学上基本的なものであり未だ数多くの研究が報告されている。滑面円柱の場合、高レイノルズ数において円柱の抗力係数の変化に対し、抗力係数 C_D が約 1.2 で一定な亜臨界領域、 C_D が急激に減少する臨界領域、 C_D が再び一定になる超臨界領域の3つの領域に分類することができ、さらに臨界領域では不安定なため揚力が発生することが報告されている⁽¹⁾。これらの各領域において、円柱に回転が伴うと特徴ある揚力が発生することが知られている。特にあるレイノルズ数と回転数のときには負の揚力が発生することが Swanson⁽²⁾、田中、永野⁽³⁾ や大蔵、早藤、奥出⁽⁴⁾によって報告されており、また抗力係数については回転数の増加とともに一度減少し、さらに回転数を増していくと増加する傾向がある。それらの現象は回転に伴う剥離点の移動や円柱表面の境界層に関係があると考えられている。また円柱表面に粗さを付け、粗度を変化させた研究もある⁽⁵⁾。この場合、非回転時では抗力係数はレイノルズ数の増加とともに一度は減少するが、またさらにレイノルズ数が増加すると、亜臨界領域の抗力係数まで増加し一定となる傾向を示す。さらに表面構造を規則的な溝によって変化をさせた研究も報告されている⁽⁶⁾。三分力測定器を用いて直接抗力を測定し、非回転時で溝付き円柱は滑面円柱より低

レイノルズ数側で臨界領域になり抗力係数が低減することを明らかにしている。また、回転時においては滑面円柱の揚抗力係数の変化と異なる傾向を示すことがわかっている。しかしながら、そのメカニズムの解明には至っていない。滑面円柱の場合、抗力係数の低減は円柱表面の境界層の変化に伴う剥離点の移動、背圧係数の変化などが影響している。回転溝付き円柱の場合でも剥離点付近の流れの挙動、背圧係数の変化、溝内部の流れの様子などを詳細に調べる必要がある。そこで溝付き円柱表面の圧力を測定し、溝付き円柱の抗力係数低減のメカニズムの解明の手がかりにしたいと考えている。そのためにはまず、回転滑面円柱の表面の圧力を、円柱旋み点を 0° とした回転円柱の角度に対し正確に測定することが必要不可欠であり、測定系の出力に応答の遅れがあるようであると正しい現象をつかめなくなる。円柱表面の圧力測定に関する研究は現在まで数多くあるが、回転円柱の表面圧力変動の入力に対する測定系の応答について十分に議論がされているとは言えない。そこで本研究では回転円柱の測定系の応答特性を明らかにし、円柱の角度に対する正確な表面圧力を得るための校正について理論的に検討しその方法を明らかにしている。

2.主な記号

ρ : 空気密度

A : 静圧孔断面積

l : 円柱表面から圧カトランスデューサ受圧面まで

* 1 工学研究科機械工学専攻博士課程後期

* 2 工学部機械工学科教授

- の距離
- x : 円柱表面から圧力トランスデューサ受圧面までの任意の距離
- \bar{p} : 円柱表面圧力 (定常分)
- p : 円柱表面圧力 (非定常分)
- p^* : 圧力トランスデューサ受圧面圧力 (定常分)
- p^* : 圧力トランスデューサ受圧面圧力 (非定常分)
- κ : 比熱比
- c : 粘性減衰係数
- a : 音速
- ω : 回転円柱の固有角振動数
- ω_n : 圧力トランスデューサの修正固有角振動数
- ζ : 圧力トランスデューサの減衰比
- G_n : 振幅倍率
- ϕ_n : 位相遅れ
- θ : 円柱角度
- T : 周期
- Re : レイノルズ数

3. 検定の必要性

回転円柱の剥離点付近の流れは圧力変動が急激に変化するの
で、その急激な変化に対し、出力が応答の遅れもなく正確に対
応できるかどうか調べる必要がある。また、静圧孔は円柱表面
に垂直に設けてあるので、回転に伴う遠心力により静圧孔内部

の流体に力が作用すると考えられ、円柱表面の圧力を正確に測
定するには遠心力の影響も調べる必要がある。

4. 実験装置および方法

図1に本実験に使用した円柱の断面図を示した。半導体圧カ
トランスデューサを円柱内部に設置するため円柱を3分割して
おり中心部は黄銅製で両端部ジュラルミン製であり、直径
80mm、長さ172mm、許容回転数は4000rpmである。また、円柱
表面の圧力は直径0.8mmの静圧孔を2箇所設け、円柱内部に設
置した半導体圧力トランスデューサ(豊田工機(株)製PD104K)
により測定した。圧力トランスデューサからの電気信号はスリ
ップリングを介し増幅器に導かれ、ロータリーエンコーダから
出力される0.6°ごとのパルス波と平行して計算機に取り込み、処
理をしている。円柱表面から圧力トランスデューサまで16mm
の長さがあるので、圧力トランスデューサ単体の共振周波数は
6kHzであるが、円柱表面から圧力トランスデューサまでの流体
により共振周波数が変化し、急激な圧力変動に対して圧力ト
ランスデューサが応答できない可能性があると考えられる。

図2は実験装置の概略図である。円柱表面に垂直にジェット
を当て円柱を回転させる。ノズルは内径0.4mmで円柱との距離
は約1mmである。静圧孔は回転するごとにノズルから圧力を
得るので周期的なインパルス状の外力が加わることになり、こ
の外力と圧力トランスデューサの出力結果を比較することで応
答の特性を調べることができる。また、静止円柱などの回転で

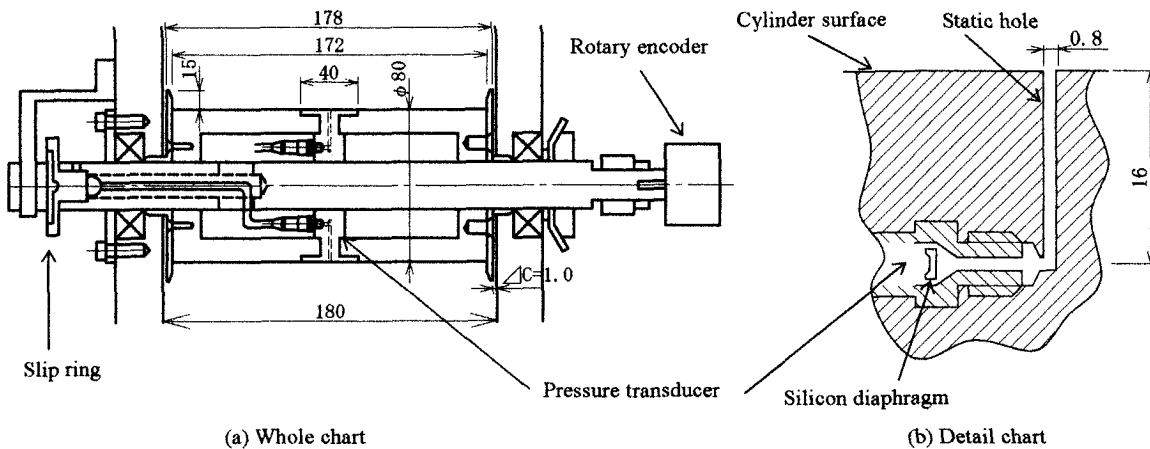


Fig. 1 Cross section of test cylinder

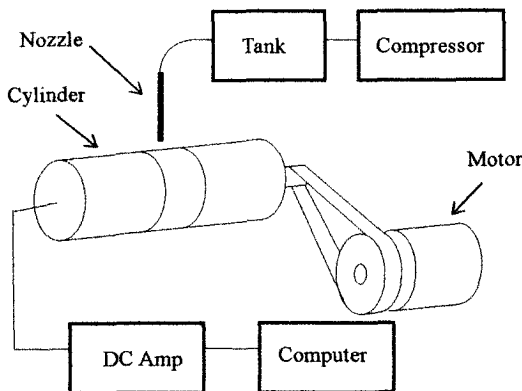


Fig. 2 Outline of measurement system

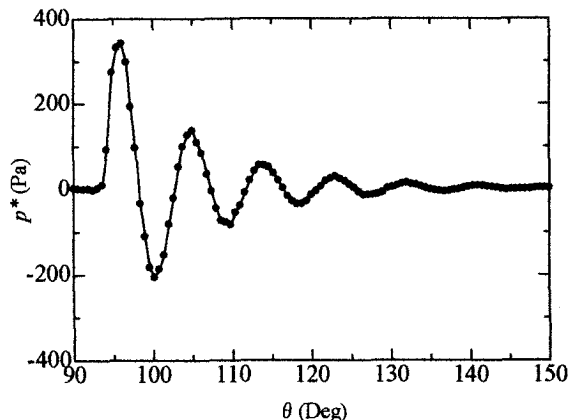


Fig. 3 Output (1750rpm)

きない場合には周期的な外力を作り、その外力と円柱内部の圧力トランスデューサが同時に計測できるようなシステムであれば上記の状態と同様な状態を作ることができる。

5. 実験結果および考察

5.1 応答特性

図3は円柱表面にジェットを当て、円柱を回転させたときの出力結果を示したものである。ノズルは $\theta=90^\circ$ の点に垂直に設置してあるので、 $\theta=90^\circ$ のところにインパルス状の出力がなければならないが、本実験装置では応答の遅れ、振幅の振動減衰が見られる。この振動は円柱表面から圧力トランスデューサまでの流体により圧力トランスデューサの共振周波数が変わり受圧面のシリコンダイヤフラムが共振することによって起こるものである。つまり、円柱表面の圧力変動に対して正しく応答できないことになる。したがって、本実験装置の圧力測定に対しては補正を行わなければならない。

5.2 補正式

慣性部の空気柱の質量 m は

$$m = \rho Al \quad \dots (1)$$

とし、圧力トランスデューサの構造を考えると1自由度の粘性減衰振動であるので次式の方程式が成り立つと考えられる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = A(\bar{p} + p) - A(\bar{p}^* + p^*) \quad \dots (2)$$

但し、円柱回転時に働く遠心力は無視している。今は時間変化に対する圧力変動について考えているので、式(2)の非定常成分についてのみ考えると式(2)は

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = A(p - p^*) \quad \dots (3)$$

となり、以下この振動方程式について考える。この圧力変動は断熱変化（等エントロピ変化）であるので、

$$\frac{p^*}{p^*} + \kappa \frac{\Delta V}{V} = 0 \quad \dots (4)$$

と表すことができる。但し、 $V = Al, \Delta V = -Ax$ である。この式を展開すると、

$$\frac{p^*}{p^*} = \kappa \frac{Ax}{V} \quad \dots (5)$$

$$p^* = \kappa \frac{\bar{p}^*}{\rho} \rho \frac{A}{V} x = \rho a^2 \frac{Ax}{V} \quad \dots (6)$$

となる。式(6)を式(3)に代入すると

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \rho a^2 \frac{A^2}{V} x = Ap \quad \dots (7)$$

となり、ここで、

$$\omega_n^2 = \frac{\rho a^2 A^2}{mV} = \frac{Aa^2}{VI} \quad \dots (8)$$

$$\omega_n = a \sqrt{\frac{A}{VI}} \quad \dots (9)$$

$$\zeta = c / \left(2\rho a A \sqrt{\frac{AI}{V}} \right) = \frac{c}{2m\omega_n} \quad \dots (10)$$

とおくと、式(7)は

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{1}{\rho l} p \quad \dots (11)$$

となる。式(6)を用いて変数 x を p^* に変換すると、

$$\ddot{p}^* + 2\zeta\omega_n\dot{p}^* + \omega_n^2 p^* = \frac{\rho a^2 A}{V} \frac{1}{\rho l} p = \omega_n^2 p \quad \dots (12)$$

この式の円柱表面圧力 p をフーリエ分析すると

$$\begin{aligned} \ddot{p}^* + 2\zeta\omega_n\dot{p}^* + \omega_n^2 p^* \\ = \omega_n^2 \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \end{aligned} \quad \dots (13)$$

となる。ここで a_n, b_n は円柱表面の圧力の各周波数に対する振幅である。この式(13)の解を

$$p^* = \sum_{n=0}^{\infty} \{A_n \cos(n\omega t - \alpha) + B_n \sin(n\omega t - \beta)\} \quad \dots (14)$$

とおいて、式(13)の左辺に代入すると

$$\begin{aligned} \ddot{p}^* + 2\zeta\omega_n\dot{p}^* + \omega_n^2 p^* = \omega_n^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{A_n}{G_n} \cos(n\omega t - \alpha + \phi_n) \right. \\ \left. + \frac{B_n}{G_n} \sin(n\omega t - \beta + \phi_n) \right\} \end{aligned} \quad \dots (15)$$

となる。これを式(13)の右辺と比較すると

$$G_n = 1 / \sqrt{\left[1 - \left(\frac{n\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2\zeta \frac{n\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad \dots (16)$$

$$\tan \phi_n = \frac{2\zeta \frac{n\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{n\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad \dots (17)$$

$$a_n = \frac{A_n}{G_n} \quad \dots (18)$$

$$b_n = \frac{B_n}{G_n} \quad \dots (19)$$

$$\alpha = \beta = \phi_n \quad \dots (20)$$

となる。したがって式(14)は以下のようになる。

$$p^* = \sum_{n=0}^{\infty} [G_n \{a_n \cos(n\omega t - \phi_n) + b_n \sin(n\omega t - \phi_n)\}] \quad \dots (21)$$

即ち、圧力トランスデューサの応答は円柱表面の圧力に比べ振幅が G_n 倍になり、位相が ϕ_n だけ遅れることになる。したがって、測定した圧力変動をフーリエ変換し、各周波数に対する振幅を $1/G_n$ 倍し、位相を ϕ_n だけ進め、逆フーリエ変換をすることにより円柱表面の圧力変動を得ることができる。

5.3 実験による過渡応答波形からの推定

図3の実験結果から図4のように周期 T 、振動振幅 $x_1, x_2, x_3 \dots, x'_1, x'_2, x'_3 \dots$ を読み取り、次式に代入する。

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\zeta^2}} \cong \frac{2\pi}{T} \quad \dots(22)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \ln\left(\frac{x_2}{x_3}\right) = \dots \\ &= \ln\left(\frac{x'_1}{x'_2}\right) = \ln\left(\frac{x'_2}{x'_3}\right) = \dots \end{aligned} \quad \dots(23)$$

$$\zeta \cong \frac{\delta}{2\pi} \quad \dots(24)$$

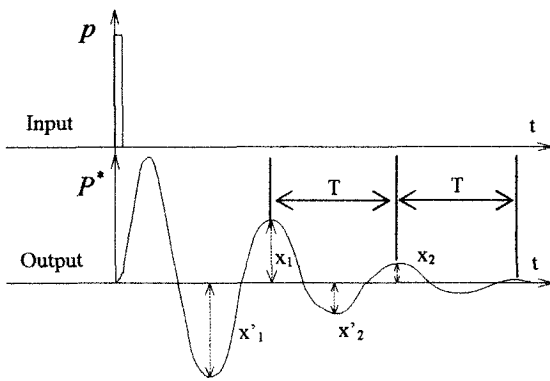


Fig.4 Response model

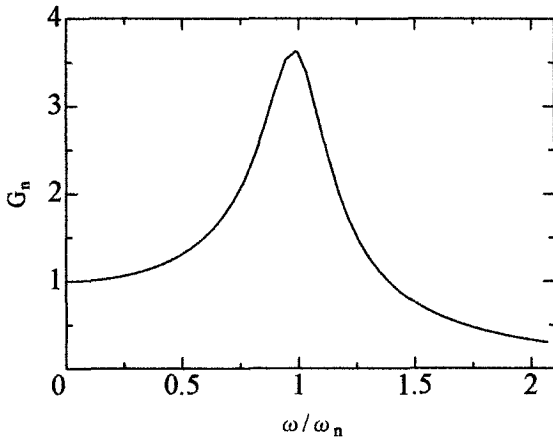


Fig.5 Amplitude of pressure transducer response

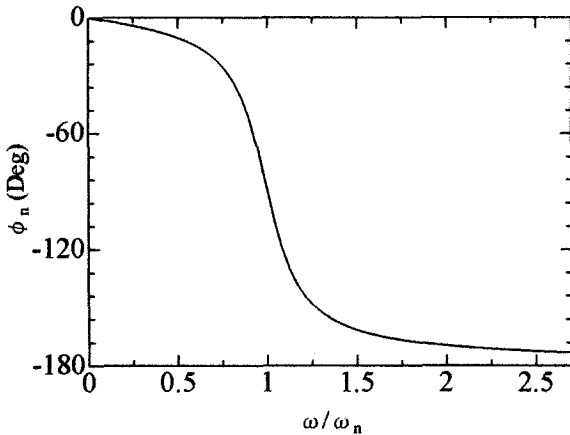


Fig.6 Phase angle of pressure transducer response

式(9)の ω_n 、式(10)の ζ は理論的に求めたもので、式(22)の ω_n 、式(24)の ζ は実験から求めたものである。本来ならば式(9)と式(22)、式(10)と式(24)はそれぞれ同じ値であるが、加工後の静圧孔の大きさなどを正確に知ることは不可能であるので、正確な理論値を得ることはできない。したがって、振幅倍率や位相の遅れの計算の際は実験値を用いる。実際には 500rpm ごとにそれぞれ測定し、すべての平均値を用いている。実験結果から求

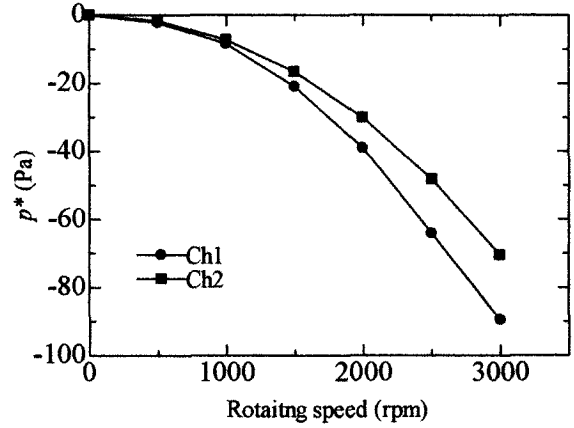


Fig.7 Centrifugal force

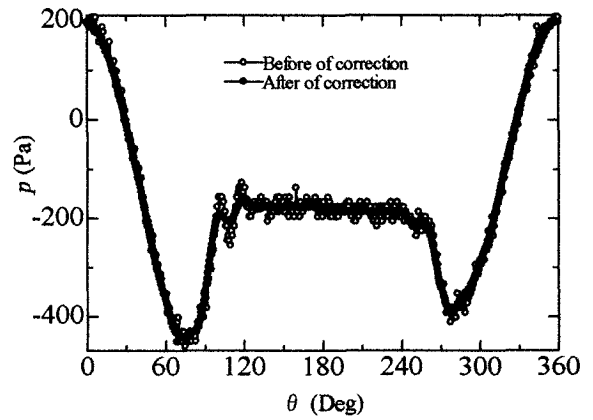


Fig.8 Pressure distribution ($Re=1.0 \times 10^5, \alpha=0.6$)

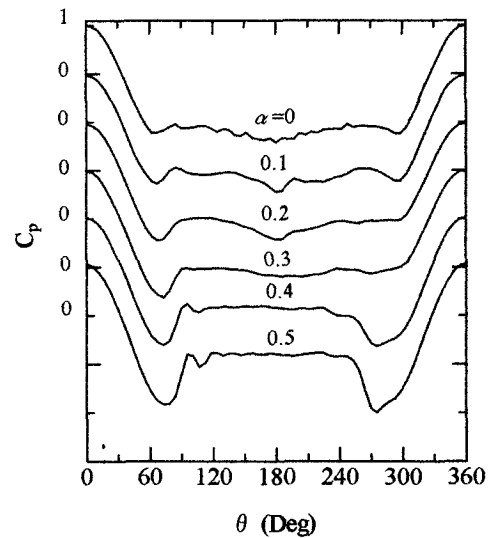


Fig.9 Pressure distribution ($Re=1.4 \times 10^5$)

めると、 $T=1112\text{Hz}$ 、 $\zeta=0.1388$ を得る。また、圧力トランスデューサを2個取り付けてあるので、もう一つの場合では $T=1060\text{Hz}$ 、 $\zeta=0.1894$ となる。この違いは加工上の制御できないほどの誤差や圧力トランスデューサそのものの微妙な違いからなるものであると考えられる。また、図5、6に各周波数に対する振幅倍率と位相遅れを示した。位相が 90° 遅れる点、つまり固有振動数 1112Hz と同じ周波数の点では振幅倍率が3.6倍になり、固有振動数の1/10以下の振動数であれば、振幅倍率と位相遅れに関して問題ないことがわかる。

5.4 遠心力の影響

圧力測定のための静圧孔は円柱表面に対して垂直に設けてあるので回転による遠心力により、半径方向に力が加わり、静圧孔の内部の流体に力が加わると考えられる。そこで円柱を回転させたときのみの測定もおこなった。図7はその結果であるが、回転数の増加に伴い遠心力により圧力が減少しているのがわかる。また、図中の凡例は圧力トランスデューサの違いを示している。実際の一様流中に置かれた回転円柱の圧力測定ではこの遠心力の影響を含んだ状態で計測をしてしまうので、計測後にこの遠心力の値を差し引くことになる。

5.5 回転円柱の表面圧力測定

風洞の風速は $5\sim 25\text{m/s}$ であり、乱れ度は 0.6% 程度である。この風洞は吹出し型風洞で、吹出し口寸法は $380\text{mm}\times 180\text{mm}$ である。また、二次流れを防ぐため円柱両端に直径 110mm 、厚さ 3mm の円盤を取り付けた。図8は実際に計測した値と補正をおこなったあとの結果を比較したものである。レイノルズ数 $Re=1.0\times 10^5$ 、回転速度比 α （回転周速度/一様流速） $=0.6$ の実験結果である。縦軸は測定した円柱表面の圧力、横軸に円柱淀み点からの角度をとっている。圧力が急激に変化する剥離点付近での値が補正されているのがよくわかるが、多少変動が残っている。この変動は剥離点近傍の流れを明確にするには無いほうがよい。そこでこの変動が残る原因として減衰率が小さく評価されていると考えられる。減衰率の算出にはインパルス状の入力圧力が重要であるので、より正確なインパルス状の圧力を与えるなど実験の精度を上げることで改善できると考えられる。図9にレイノルズ数 $Re=1.4\times 10^5$ における回転円柱の圧力分布を示した。回転速度比 α ごとに一つずつ目盛りを下げて示している。縦軸には無次元圧力、横軸には円柱淀み点からの角度を示しており、 $0\sim 180(\text{Deg})$ までが増速側、 $180\sim 360(\text{Deg})$ までが減速側である。この実験結果より、回転速度比 α を増加させると

増速側の剥離点の移動、 $\alpha=0.4$ あたりから減速側の分布が下に凸になるなど回転円柱の圧力分布が明らかとなった。この下に凸になる現象は回転速度と一様流との相対速度が減速側では大きくなり乱流に遷移するためになると考えられる。この実験結果と大蔵ら⁽⁴⁾の実験結果と比較すると傾向はよく一致している。大蔵らの実験は出力の応答の遅れはほとんど見られないが遠心力の影響については考慮に入れていない。

6. おわりに

本研究は回転円柱の圧力変動の入力に対する測定系の応答特性について明らかにした。また、本実験装置では急激な圧力変動の入力に対し測定系の出力が十分に対応できていない状態であったので、その校正の方法についても明らかにした。本実験で使用した圧力トランスデューサの共振周波数は 6kHz であるが、円柱表面から 16mm ほど離れただけで共振周波数が 1112Hz にまで小さくなってしまい各周波数に対して出力の位相が遅れ、振幅の過大評価となる計測結果を示すことになる。しかし、校正をおこなうことで正しい円柱表面の圧力を得ることができる。

最後に、本研究の遂行にあたり、高田浩之先生には御多忙の中、御指導を賜りました。記してここに厚く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) Okude, M., Ohkura, N. and Matsui, T., Forces Acting on a Circular Cylinder near the Critical Reynolds Number, Proc. of the Second International Conference on Fluid Mech. (1993), 478
- (2) W.M. Swanson., The Magnus Effect: A Summary of Investigation to Date., Journal of Basic Engineering, September (1961), pp.461-450.
- (3) 田中英穂, 永野 進, 回転円柱まわりの流れに関する研究, 日本機械学会論文集(第2部), 38, (1972), pp.1343-1352.
- (4) 大蔵, 早藤, 奥出, 臨界 Re 数付近の回転円柱まわりの圧力分布, 日本航空宇宙学会誌, 45 (1997) pp.669-678
- (5) Achenbach, E., Influence of Surface Roughness on the Cross-flow around a Circular cylinder, Journal Fluid Mech., 46-2(1971), 321
- (6) 青木, 李, 沖, 溝付き円柱周りの流れと抵抗, 日本機械学会論文集, 64 (1998) 617, pp.18-24.