

連成現象を利用した熱音響機関の基礎研究

森山 裕幸*¹

Fundamental Study of Thermoacoustic Engine Making Use of Vibroacoustic Coupling

by

Hiroyuki MORIYAMA

Abstract

Recently, investigations on acoustic energy are increasingly being carried out for the efficient use of all forms of energy. Thermoacoustic engines are an example of this; they utilize a resonance tube as an amplifier to improve the transfer efficiency between thermal and acoustic energy. Since acoustic energy is extremely low, our principal concern is to develop a method for efficiently amplifying the acoustic energy, and vibroacoustic coupling is one of the most promising methods for achieving this. In this study, a cylindrical structure with thin plates at both ends was studied and coupling between the plate vibrations and the internal sound field when an external periodic force is applied to one end plate is investigated. This coupling is theoretically and experimentally investigated by considering the behavior of both plates and the acoustic characteristics of the internal sound field with variations in the dimensions of the end plates and the cylinder. If the natural frequency approaches the resonance frequency, whose two-dimensional mode has a similar modal shape as the vibration mode, the sound pressure is maximized when the phase difference is equal to 90 degrees. The cylinder length that maximizes the sound pressure level depends on the radius and thickness of the plates and the support conditions since these parameters alter the natural frequency. By employing normalized geometric parameters with respect to the cylinder length and the plate radius, the relationships between the length, radius and thickness can be completely normalized for each vibration mode and each support condition, enabling the dimensions that maximize the sound pressure level via vibroacoustic coupling to be predicted. It is also possible to calculate the sound pressure level of the principal acoustic mode for the longitudinal order by considering the cross-sectional area of the cavity.

Keywords: Thermoacoustic engine, Vibroacoustic coupling, Plate vibration, Internal sound field, Phase difference

1. 緒言

音響エネルギーは力学的エネルギーに比べて極めて小さいため、応用技術は超音波洗浄技術等の非常に狭い領域に限られていた。その応用範囲を広げるためには共鳴現象を利用して音響エネルギー自身を増幅させることが有効であり、最近では自動車用内燃機関における共鳴吸気システムが実用化され、また熱音響自励振動を利用した熱音響機関のように新たな分野での興味ある研究が進められるようになってきている。特に熱音響機関ではエネルギー変換効率を向上させるため、1次元の音響管における共鳴現象が利用されている⁽¹⁾。一般に熱音響機関の作動周波数は低く設定されるため全長が非常に長くなり、変換効率向上と共に共鳴装置の小型化も望まれている。この場合、3次元音場を想定すれば音響モードの自由度が広がり、モードの選択によっては装置の小型化が可能になる。また装置内の共鳴現象だけでなく装置自身にも振動を誘起し、構造振動と内部音場間の連成現象を利用

すれば更なる効率向上が期待できる。

このような連成現象に関しては、Chengらは航空機客室内の騒音抑制を目的に圧力隔壁における振動との連成問題を取り上げており、問題を簡略化するため構造的、音響的にも剛体の円筒構造の両端に弾性板を配置した解析モデルを用いている。端板はばねで支持されており、ばね定数を変化することにより様々な支持条件を想定できるため、このモデルは汎用性の高いものになっている。その結果、端板振動と連成状態にある音場について音圧レベルに及ぼす支持条件の影響を明らかにし、さらにその影響が及ぶ周波数域を特定している⁽²⁾。森山はChengのモデルを応用し、一端あるいは両端に円形板を配置した円筒構造において、端板振動と連成状態にある音場の音圧分布特性を詳細に検討している。その結果、音圧分布特性より音場を支配する音響モードを推定し、端板の支持条件に影響される振動モードとの関連を明らかにしている⁽³⁾。しかしながら、従来の研究では主に一定寸法の円筒構造が取り上げられているため、円筒寸法等が連成現象に及ぼす影響については未だ不明な点が多く残さ

*1 工学部動力機械工学科教授

れている。

そこで本研究では、上記モデルを応用して片側の端板に点加振力を負荷させた円筒構造を想定し、両端板における振動と円筒内部音場との連成現象を、端板の半径と板厚及び筒長等をパラメータとして検討している。

2. 解析方法

Fig.1 は本解析に用いている弾性支持された端板と内部音場のモデルを示したものである。本解析では両端に円形板を有するモデルを用いており、添え字 1 と 2 はそれぞれ加振側と非加振側を意味している。端板は図に示すような直線ばねと回転ばねによって周辺端部が均等に支持されており、ばね定数を変化させることで様々な支持条件が設定できるようになる。例えば端板 1 の支持条件を無次元ばね定数で表現すれば、 $K_{b1}=K_1a^3/D=10^8$ (D : 端板の曲げ剛性)と $C_{b1}=C_1a/D=0$ で単純支持、 $K_{b1}=10^8$ と $C_{b1}=10^8$ で固定支持となる。このように K_{b1} と C_{b1} の設定で上記の中間的な支持条件を想定することも可能であるが、本研究では K_{b1} と K_{b2} を 10^8 に固定して C_{b1} と C_{b2} を変化させている。端板には半径 $a=150\text{mm}$ と肉厚 $h=3\text{mm}$ のアルミニウム合金製の円形板を想定し、ヤング率 E とポアソン比 ν はそれぞれ 71GPa と 0.33 にしている。音場は端板と同径で筒長 L の円筒形音場として取り扱い、端板以外の境界面は構造的に剛壁と仮定している。座標は端板の面内方向および音場の横断面方向を距離 r と θ で表し、筒長方向を z としている。端板 1 には $r=r_1=60\text{mm}(r_1/a=0.4)$ 、 $\theta=\theta_1=0^\circ$ の位置に $F=1\text{N}$ の加振力を与えている。

端板 1 と端板 2 の面外変位 w_1 と w_2 は式(2)のモード形を含む式(1)で表現し、以後の解析では許容関数として用いる。

$$w_1 = \sum_{s=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1nm}^s \psi_{nm}^s e^{j(\omega t + \phi_1)} \quad (1)$$

$$w_2 = \sum_{s=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{2nm}^s \psi_{nm}^s e^{j(\omega t + \phi_2)} \quad (2)$$

$$\psi_{nm}^s = \sin(n\theta + s\pi/2)(r/a)^m$$

n は端板の振動モードにおける円周方向(θ 方向)の節線数であり、 m は端板における半径方向(r 方向)の節円数を示

している。また s は端板振動と音場の両モードにおける対称性を表す指標であり、 $n=0$ でモード形が軸対称となる場合に 1、 $n \neq 0$ では 0 としている。 B_{1nm}^s と B_{2nm}^s は以後面外変位および音圧の決定に必要な係数マトリックスである。

端板振動と音場の連成方程式はハミルトンの原理を適用することで、次式のように導かれる。

$$\left[\sum_{m'=0}^{\infty} \{R_{1nm'}^s(1+j\eta_p) - \omega^2 M_{1nm'm'}^s\} + \sum_{m'=0}^{\infty} aF_{sm'} \times \left\{ K_1 + \left(\frac{m}{a}\right) \left(\frac{m'}{a}\right) C_1 \right\} \right] B_{1nm}^s e^{j\theta} \quad (3)$$

$$= F_{1nm}^s + \frac{\rho_c c^2 \omega^2 A^2}{V_c} \times \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} L_1 \frac{(L_1 B_{1nm'}^s e^{j\theta} - L_2 B_{2nm'}^s e^{j\theta'})}{M_{npq}^s (\omega_{npq}^2 + j\eta_c \omega_{npq} \omega - \omega^2)}$$

$$\left[\sum_{m'=0}^{\infty} \{R_{2nm'}^s(1+j\eta_p) - \omega^2 M_{2nm'm'}^s\} + \sum_{m'=0}^{\infty} aF_{sm'} \times \left\{ K_2 + \left(\frac{m}{a}\right) \left(\frac{m'}{a}\right) C_2 \right\} \right] B_{2nm}^s e^{j\theta'} \quad (4)$$

$$= -\frac{\rho_c c^2 \omega^2 A^2}{V_c} \times \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} L_2 \frac{(L_1 B_{1nm'}^s e^{j\theta} - L_2 B_{2nm'}^s e^{j\theta'})}{M_{npq}^s (\omega_{npq}^2 + j\eta_c \omega_{npq} \omega - \omega^2)}$$

$R_{1nm'm}^s$ 、 $R_{2nm'm}^s$ と $M_{1nm'm}^s$ 、 $M_{2nm'm}^s$ は端板の剛性と質量マトリックス、 m' は端板における半径方向の節円数であるため($m'=m$)、各マトリックスは対称となる。 ω は点加振力の角周波数、 ω_{npq} は θ, r, z 方向の次数を n, p, q としたときの円筒形音場における固有周波数(共鳴周波数)である。 ρ_c と c は内部音場の媒質である空気の密度と、媒質中を伝播する音波の音速である。 A は端板と音場の境界面の面積であり、 V_c は音場の体積である。 η_p と η_c は端板と音場の減衰係数であり、 L_1 と L_2 は加振側と非加振側の端板振動と音場との連成係数をそれぞれ意味している。 M_{npq}^s は音場空間に関するモード質量であり、 F_{sm} は s と n で決定される定数である。式(3)は加振側の端板振動と音場と連成方程式であり、右辺の第 1 項と 2 項はそれぞれ点加振と音響加振を表している。しかし、式(4)では非加振側の端板振動との連成を取り上げているため、右辺は音響加振項のみになっている。

本研究では加振側端板振動の位相 ϕ_1 を 0deg とし、一方非加振側端板振動の位相 ϕ_2 は $0 \sim 180\text{deg}$ の範囲で変化させており、位相差 ϕ は次式で表される。

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad (5)$$

解析手順はまず式(3),(4)より係数マトリックス B_{1nm}^s, B_{2nm}^s を求める。そのマトリックスを用いることで、両端板の面外変位と音場の音圧を端板全体と音場全域にわたりそれぞれ算出し、各 ϕ における端板振動と音場の挙動を確認する。

解析結果は内部音場の音圧 P を式(6)に代入することで、音場全体の平均音圧 P_v を求め、式(7)に示す相対レベル L_{pv} により評価している。

$$P_v = \frac{1}{2V_c} \int_{V_c} PP^* dV_c \quad (6)$$

$$L_{pv} = 10 \log \frac{P_v}{P_0} \text{ (dB)} \quad (7)$$

ただし、 P^* は複素共役成分、基準値 P_0 は $4 \times 10^{-10} \text{N}^2/\text{m}^2$ としている。

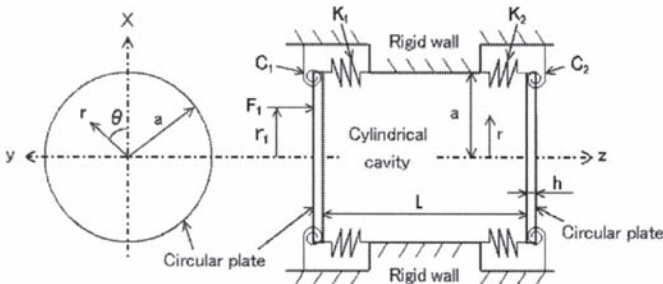


Fig.1 Analytical model

3. 解析結果

3.1 板振動と音場に及ぼす位相差とモードの影響

Fig.2は半径 $a=150\text{mm}$ 、板厚 $h=3\text{mm}$ における音場全体の平均音圧レベル L_{pv} について、筒長 L を $100\sim 2000\text{mm}$ の範囲で変化させた時の推移を示したものである。 $\phi=0\text{deg}$ のとき、 L_{pv} は全筒長域でわずかに変化しているが、 $\phi=10.90\text{deg}$ になると、 $L=510, 1010, 1520\text{mm}$ 付近でピークが生じるようになる。一方、 $\phi=0\text{deg}$ のピークが生じる $L=680, 1720\text{mm}$ 付近では $\phi=10.90\text{deg}$ の L_{pv} はともに減少し、ほぼ同一の値を示している。これらのことから端板2の振動は点加振力を受けていないにも関わらず、音場との連成に強く関与していることが明らかである。空洞横断面上の音場は端板振動の(0,0)次モードと類似のモード形状を有することになるため、上記ピーク成分は(0,0)次モードに依存することになる。これらのピークの生成は L の増加に伴い、 $q=1$ から整数倍の音響モードに起因することになる。

上記の通り L_{pv} は ϕ と共に変化することになるが、Fig.3では L_{pv} が最大になる音圧レベルと L の関係(0,0), (1,0)次モードについて示している。各モードでピークの生じる L は異なるものの、全体的な傾向としては類似している。これら L_{pv} におけるピークの生成は両端板振動と音場との連成が促進されていることを意味し、そのためには f_{nm} と f_{npq} との一致が不可欠な要件である。

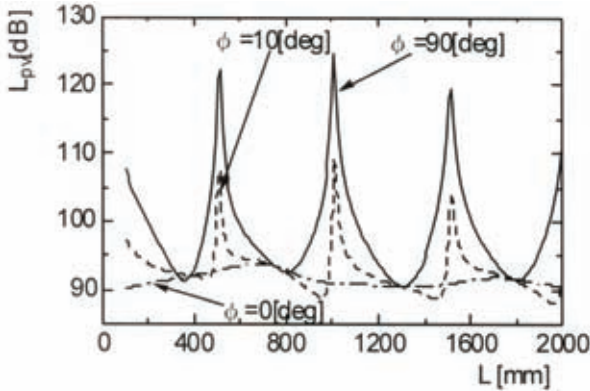


Fig.2 Changes in L_{pv} with L at (0,0) mode

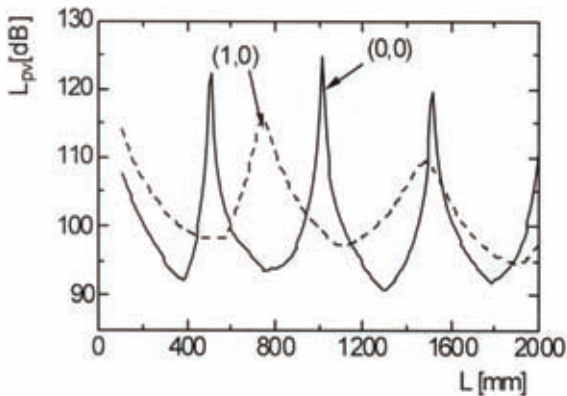


Fig.3 Changes in Maximum L_{pv} with L at (0,0) and (1,0) mode

3.2 振動—音場間における連成の促進

本研究では端板の固有振動数 f_{nm} の影響パラメータとして、端板の半径 a 、板厚 h および無次元の回転ばね定数 C_b を取り上げている。一方、音場の共鳴周波数 f_{npq} は a と筒長 L に依存することになる。 f_{nm} は a の増加だけでなく h の減少に伴う曲げ剛性の低下によって減少することになり、ここで f_{nm} 及び f_{npq} を a で乗じた値を f_a 、 a を h で除した値を a_h とする。 f_{nm} と f_{npq} から求めた f_a は a_h の増加に伴いそれぞれ減少と増加の相反する傾向を示し、両方の値が合致する a_h が存在することになる。そのときの L を q と h で除したものを、ここで L_{qh} と定義する。Fig.4は $C_b=10^8$ の(0,0), (1,0), (0,1)次モードについて、 L_{qh} と a_h の関係を示したものである。各モードの L_{qh} は端板振動と類似なモード形状を有する音響モードの共鳴周波数 f_{00q} , f_{11q} , f_{01q} から導いているが、(1,0)と(0,1)次モードに関しては f_{00q} から求めた L_{qh} も併記している。 L_{qh} は a_h と共に増加する傾向を有しており、特に f_{00q} から導かれた L_{qh} は a_h の全域で直線的な変化を示している。一方、 f_{11q} と f_{01q} の L_{qh} は a_h の小さな領域では f_{00q} の L_{qh} に近い傾向で推移しているが、 a_h の増加に伴いその増加率は増して f_{00q} の L_{qh} との差が拡大している。 f_{11q} と f_{01q} の L_{qh} におけるこれらのような変化傾向はそれぞれ $a_h=52$ と 47 まで持続するが、それ以降ではそれらの L_{qh} は存在しなくなる。

L_{pv} の大きさは a の拡大に伴い減少することになり、その傾向を検討するため、音場横断面の面積 A_c を用いて

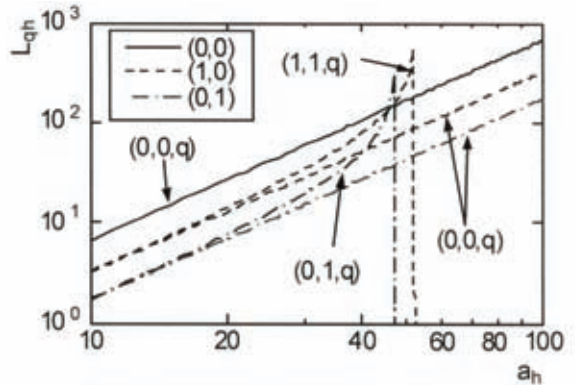


Fig.4 Relationship between L_{qh} and a_h

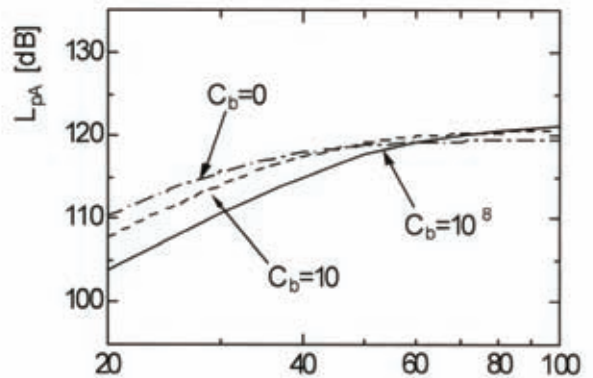


Fig.5 Changes in L_{pv} with a_h at (0,0) mode

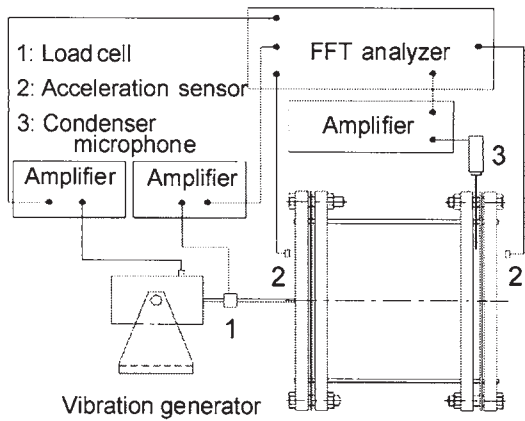


Fig. 6 Configuration of the experimental apparatus

L_{pA} を以下のように定義する.

$$L_{pA} = 10 \log(A_c \cdot 10^{L_{pv}/10}) . \quad (8)$$

Fig.5には(0,0)次モードに関する L_{pA} と a_h の関係を示している. 上記 L_{pv} から導かれた L_{pA} は a に関わらず一本の傾向線で表現することができ, $C_b=0$, 10の L_{pA} の線図も比較のために提示している. $C_b=0$, 10の L_{pA} は $C_b=10^8$ の L_{pv} と同様な挙動を示すが, 直線的な変化を示す領域とレベルの点で差異が認められる.

4. 加振実験

Fig.6は本実験で用いた円筒構造及び実験装置の概略を示したものである. 円筒構造は円筒の両側に端板を配置しており, フランジ及びボルトナットで固定している. 両端板には半径 $a=100.153\text{mm}$, 肉厚 $h=2,3,4\text{mm}$ のアルミニウム合金製の円形板を採用している. 実験は実験モード解析結果を参考に選択した各モードの固有周波数で実施し, 片側端板のみに1Nの加振力を与えている. 加振位置は端板の中心から61mm(半径の0.4%)水平方向に移動させた位置としている. 筒長 L を200mm,300mm,500mm及びそれ以降を2000mmまでは測定間隔を50mmずつ変化させ, 両端板に設置した加速度ピックアップと非加振側の円筒内壁面近傍に設置したコンデンサーマイクロフォンにより周波数応答関数とパワースペクトルを求めている. これらの結果より, 両端板振動の位相差と円筒内部の音圧レベルの変化から連成現象を検討している. ただし加速度ピックアップは, 加振側, 非加振側共に各振動モードの腹に設置し, 加速度を計測している.

Fig.7は L_{pv} が最大になる位相差 ϕ_{\max} と実験で得られた ϕ_{exp} , 及びそれぞれの位相差に対応する音圧レベル L_{pv} と L_p の L に対する変化を示したものである. ϕ_{\max} は筒長 $L=100\text{mm}$ の時に90deg付近となっているが, L の増加に伴い減少し, $L=460\text{mm}$ で65deg付近となる. 以後, 135deg付近まで急激に増加し, 再び減少に転じている. このような増加と減少が $L=2000\text{mm}$ まで繰り返される. $L=630, 1240, 1870\text{mm}$ 付近では ϕ_{\max} が90degに近づき, そ

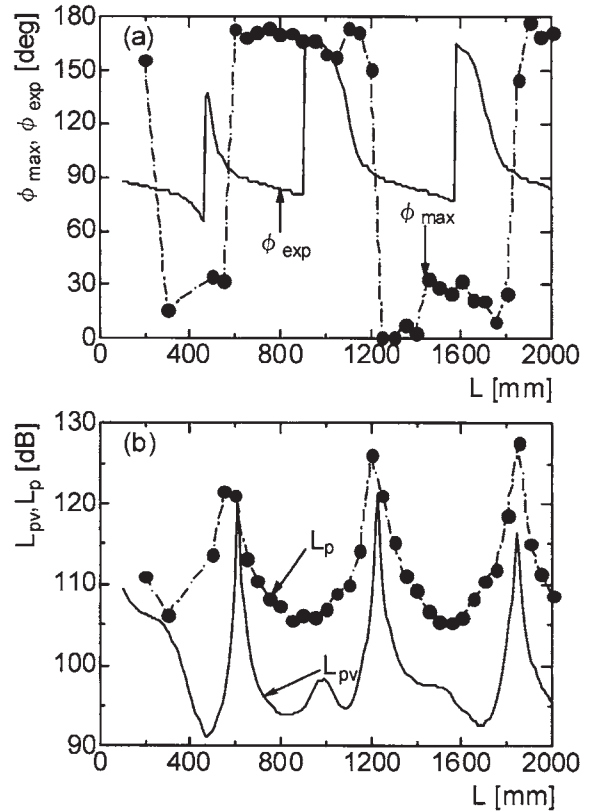


Fig. 7 ϕ_{\max} , ϕ_{exp} and L_{pv}, L_p at a specific position inside the cavity in the (0,0) mode

れに対応する L_{pv} はピークになることから, 全筒長域において Fig.2に提示した $\phi=90\text{deg}$ の L_{pv} に類似な傾向を有することになる. また, 実験では, ϕ は $L=600\sim 1250\text{mm}$ の範囲で180deg付近, $L=1250\sim 1750\text{mm}$ では0deg付近, それ以降では再び180deg付近にそれぞれ分布している. この場合, 位相差が急激に変化する L 付近で音圧レベルにピークが現れており, 解析結果に整合する結果となっている. 以上の結果は単一の半径と板厚について述べたものであるが, 他の寸法においても同様な結果が得られている.

5. 結言

本研究では片側の端板のみ点加振したときの両端板における振動と円筒内部音場との連成現象について, 端板の径や板厚等をパラメータとして検討するため, 解析及び実験を実施した. その結果, 端板振動と音場におけるモード形状の類似性と固有周波数の近接性は, 両系間の連成を促進させるために不可欠であり, 音圧レベルの増大に強く寄与していることがわかった. また, 各種パラメータで検討することにより, 音圧レベルにおけるピークの発生予測とレベルの推定がある程度可能となった.

参考文献

- (1) S.Backhaus,G.W.Swift, Nature, 399(1999), pp. 335-338.
- (2) L.Cheng and J.Nicolas, J.Acoust.Soc.Am., 91(1992), pp. 1504-1513.
- (3) 森山裕幸, 日本機械学会論文集(C編), 69, 679(2003), pp. 47-54.