

Background-Oriented Schlieren 法による圧縮性渦輪の定量的可視化

塚田 佑貴*¹ 水書 稔治*²

Quantitative Visualization of Vortices Discharged from Open-end of Shock Tube Using Background-Oriented Schlieren Method

by

Hiroataka TSUKADA*¹, Toshiharu MIZUKAKI*²

(Received on Sep. 27, 2010 and accepted on Nov. 17, 2010)

Abstract

We applied the background-oriented schlieren method (BOS) for quantitative visualization of propagating vortex rings to observe the divergence process of vortex rings precisely. Examined vortex rings were generated, at the open-end of a diaphragmless shock tube, with incident shock waves at Mach 1.13 and 1.25, 1.36. In this report, the background pattern for BOS was a random dot, and a high-speed video camera recorded the BOS images of discharged shock waves and vortex rings. The cross-correlation algorithm was employed for the analysis of the displacement of the background pattern. Abel inversion yields quantitative measurement of density field from BOS data. We confirmed that BOS validated quantitative measurements compared to shadowgraph method and computational calculation.

Keywords: Background-Oriented Schlieren (BOS) method, Shadowgraph method, Abel inversion

1. 緒言

高速流体を研究するにあたり必要となる可視化法として schlieren 法, shadowgraph 法などが一般的に知られている。これらの可視化法は密度勾配による光の屈折率の違いを利用する可視化法であるが、複雑な光学系が必要となる事や可視化範囲がレンズやミラーの直径に依存してしまう欠点がある。一方、Background-Oriented Schlieren(BOS)法も光の屈折率を用いて可視化を行うものの、カメラと屈折率の変化を際立てるための背景画のみの簡単な光学系で行え、可視化範囲は実験室規模から野外におきてまで拡張できる手法として提唱された。その後、いくつかの現象に適用され、屋外にてヘリコプタを用いたブレードの翼端渦の可視化¹⁾や超音速風洞を用いた afterbody ノズルの可視化²⁾が報告されている。また、実験室の領域だけでなく自然領域における可視化を容易にするために BOS 法で用いる背景画を木々の葉を代用することによって、爆発による衝撃波の伝播を可視化することも報告されている³⁾。

本研究では、圧縮性流れにおける渦輪の伝播・崩壊過程の解明に向けた研究の初期的実験として、無隔膜衝撃波管管端から伝播する衝撃波 Mach 数 1.13, 1.25, 1.36 の渦輪において、BOS 法の可視化計測を高速ビデオカメラによって行う。これらの可視化結果より shadowgraph 法による可視化結果との検証を行い、渦輪生成の初期段階における形成・伝播様態について明らかにする。

*1 工学研究科航空宇宙学専攻修士課程

*2 工学部航空宇宙学科准教授

2. 実験装置及び方法

2.1 無隔膜衝撃波管

Fig. 1 に本研究で用いた無隔膜衝撃波管を示す。高圧室、低圧室はともにステンレス鋼を用いて、高圧室は内径 203 mm、長さ 1390 mm、低圧室は内径 52.6 mm、長さは高圧室側より 210 mm の直管に 90° に曲げた曲率半径 80 mm の曲管を接続し、さらに、その先に 3750 mm の直管を接続させて製作されている。高圧室と低圧室の間に、厚さ 3.5 mm の円筒状ピストンを設置する。ピエゾ圧力変換器 PT1, PT2, PT3 (PCB 社製, Model H113A21 応答時間 1 μs 以下) をそれぞれ管端より 1250, 750, 250 mm の位置に設置し、PT2 と PT3 の衝撃波応答時間より衝撃波 Mach 数を決定する。また、PT3 の出力信号をトリガ信号として可視化を行った。

2.2 Shadowgraph 法

本研究で用いた shadowgraph 光学系を Fig. 2 に示した。光源にはメタルハライドファイバ光源 FL(Edmund optics, MH-100)を使用した。FL による光はコンデンサレンズ C1, C2 及びピンホール PH によって点光源になり、ビームスプリッタ BS, 平面鏡 PM1, PM2 によって光軸が調節され、コリメータレンズ L1(アクロマートレンズ, 焦点距離 2000 mm, 直径 200 mm)に入射する。L1 によって平行光線となった光は測定部を通り PM3 によって折り返され、L1, PM2, PM1 を通過後、BS によって光路が 90 度曲げられ PM4 に入射し、レンズ L2 によって集光され高速ビデオカメラ (Vision Research,

PhantomV710)に記録される。PT1, PT2, PT3 の出力信号はシグナルコンディショナ SGC によって増幅され、デジタルオシロスコープ OSC(横河電機製, DL750)で記録した。

2.3 Background-Oriented Schlieren (BOS) 法

渦輪の可視化には、BOS 法を用いて行った。この可視化法は屈折率の変化による背景の変位を用いた可視化法であり、背景面の高空間周波数とコントラストの高さが必要になるため、カメラの焦点を背景に合わせて撮影する。BOS 法によって可視化を行うためには、密度勾配のない現象が生じる前の画像と密度勾配のある現象が生じている最中の画像を必要とする。この2つの画像における屈折率による変位を相互相関法により、画像解析することによって算出する。背景面には不規則な斑模様を用い、衝撃波管管端から発生する渦輪及び衝撃波の可視化を行った。

この手法の原理は密度勾配による屈折率の変化が関係する。この関係は密度 ρ と屈折率 n を用い、Gladstone-Dale の式より定めると

$$\frac{n-1}{\rho} = G(\lambda). \quad (1)$$

ここで $G(\lambda)$ は Gladstone-Dale 定数と呼ばれ、気体に固有の定数であり、本実験では乾燥空気の値 $0.223 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ とする。BOS 法の変位は、光が密度の異なる観測気体を通過するとき曲げられて生じる。この屈折角 ε は

$$\varepsilon = \frac{1}{n_0} \int_{Z_D - \Delta Z_D}^{Z_D + \Delta Z_D} \frac{\delta n}{\delta y} dz \quad (2)$$

となる。さらに Fig. 4 の関係より、背景上での変位 $\Delta y'$ は背景からレンズまでの距離 Z_B に関係し、像平面での変位 Δy はレンズから像平面までの距離 Z_i に関係する。ここで Z_B が十分に大きいならば Z_i はレンズの焦点距離 f に置き換えることができるため

$$\frac{\Delta y'}{Z_B} = \frac{\Delta y}{Z_i} = \frac{\Delta y}{f}. \quad (3)$$

屈折角 ε が十分に小さいため、おおよそ

$$\varepsilon = \frac{\Delta y'}{Z_D}. \quad (4)$$

式(3)を上式に代入すると

$$\varepsilon = \frac{\Delta y Z_B}{Z_D f} \quad (5)$$

となる。

BOS 法の光学系設置図を Fig. 3 に示す。ここで θ は視角、 $\Delta y'$ は背景上での変位、 Δy は像平面での変位、 ε は屈折角とする。また、背景から密度勾配の変化が起こる現象までの距離 Z_D を 1940 mm、現象からレンズまでの距離 Z_B を 5140 mm、レンズから像平面までの距離を Z_i とする。撮影には高速度ビデオカメラ (Vision Research, PhantomV7.1) を用い、焦点距離 f を 300 mm として撮影を行った。光源にはストロボ (Panasonic, PE-60SG) を使用し、PT3 のトリガ信号を基準に可視化を行った。

2.4 相互相関法

2つの画像における屈折率の変位を求めるために、相互相関法を用いる⁴⁾。本研究では相互相関関数を直接用いた直接相関法によって評価を行った。直接相関法は2つの画像において、輝度値パターンの類似性を相関関数によって評価を行うものである。2つの画像における輝度値の関数を f と g を用いて表すと相互相関係数 R は

$$R_{fg}(\Delta x, \Delta y) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \{f(x_i, y_j)\} \{g(x_i + \Delta x, y_j + \Delta y)\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \{f(x_i, y_j)\}^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \{g(x_i + \Delta x, y_j + \Delta y)\}^2}}$$

(6)

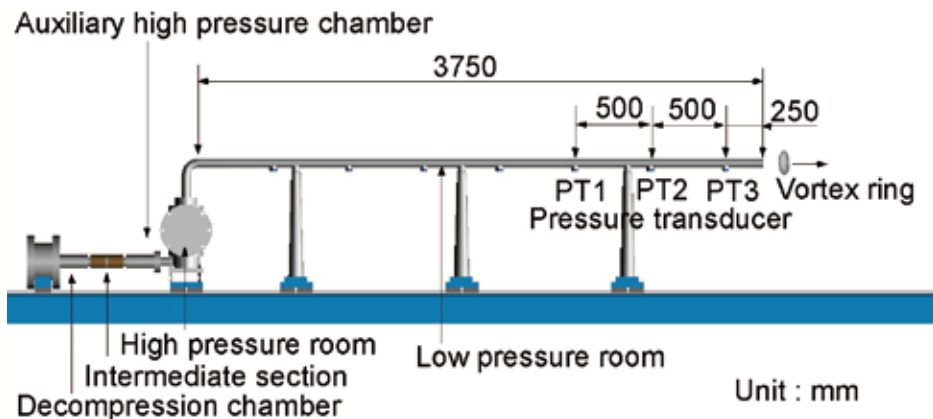


Fig.1 Schematic of Diaphragmless shock tube.

となる。

デジタル画像において輝度値を求める場合、画素単位で画像間の変位を計測する。ここでガウス分布を用いたサブピクセル解析を使うことで 1/10 画素の精度にすることができる。直接相関法より得られた画素の移動量を i , 相互相関係数 R とするとガウス分布によるサブピクセル移動量 P_{sub} は

$$P_{sub} = i - \frac{1}{2} \frac{\ln R_{i+1} - \ln R_{i-1}}{\ln R_{i+1} - 2 \ln R_i + \ln R_{i-1}} \quad (7)$$

となる。つまりガウス分布によりピーク値を補完することによって 1/10 画素の精度を得ている。

2.5 Abel 変換

渦輪現象は軸対称現象であるため、取得した BOS データより、渦の内部構造を計測するための Abel 変換を用いた⁵⁾。Fig.4 は Abel 変換の原理である。直角な平面で切り出した厚み Δx の円盤を考え、半径 R とする。屈折率の大きさ $I(y)$ とすると、BOS 法で得られるデータは $I(y) \cdot \Delta y \cdot \Delta x$ の積分されたものとなる。そのため、Abel 変換と式(1)と組み合わせる事で中心からの距離 r における、密度を算出することができる。

Abel 変換は屈折率分布 $N(x)$, 基準屈折率 N_0 渦輪半径を R , 中心軸からの距離 r における屈折率分布 $n(r)$ とすると

$$N(x) - N_0 = 2 \int_x^R \frac{n(r)r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \quad (8)$$

となる。式 (8)より $N(x)$ の測定値から半径方向の屈折率分布 $n(r)$ を決定することができる。この $n(r)$ を導く方法をいくつか種類があるが、本研究では Barr の方法を用いた。

Abel 変換の解析手順は、式 (2)と式 (5)を用いて、積分された屈折率変化を算出する。次に、Poisson 方程式

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} n(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} n(x,y) = S(x,y) \quad (9)$$

のソース項 $S(x,y)$ に先ほどの屈折率変化を代入し、屈折率 n を求める。屈折率 n は積分された値であるため、式 (8)の Abel 変換を用いて、中心軸からの距離 r における屈折率 $N(x)$ を算出する。そして、式 (1)より密度 ρ を求める。

2.6 数値計算法

Abel 変換より得た実験値と理論値との比較を行うため、数値解析法を用いた。計算格子は FLUENT 社の GAMBIT を用いて作成した。初期計算格子を Fig. 6 に示す。計算領域は開口端から上流に 250 mm, 下流に 500 mm, 格子間隔の初期値を 5 mm とし、管内壁面上をすべりなし・断熱壁境界として計算を行った。入射衝撃波 Mach 数は 1.13 と 1.25, 1.36 とした。計算格子は軸対称で解析を行っているため、対称軸より上側の格子のみとなっている。計算に従って変化の激しい部分にのみ細分化を適用させる解適合格子を用いて解析を行った。計算条件は基礎方程式を 2 次元軸対称 Navier-Stokes 方程式、数値流束の計算は WAF 法、比熱比 γ は 1.4 とした。

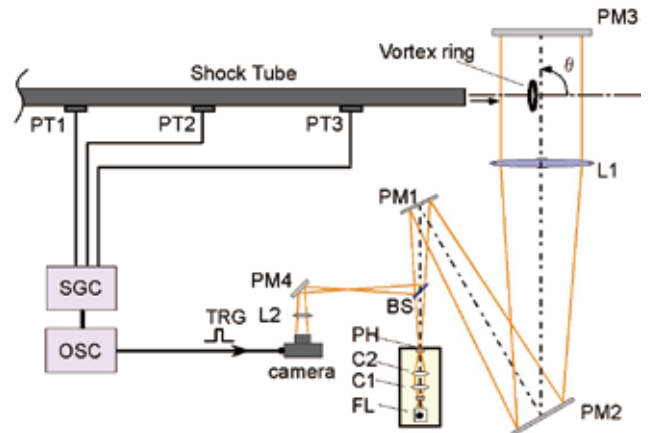


Fig.2 Schematic of shadowgraph method.

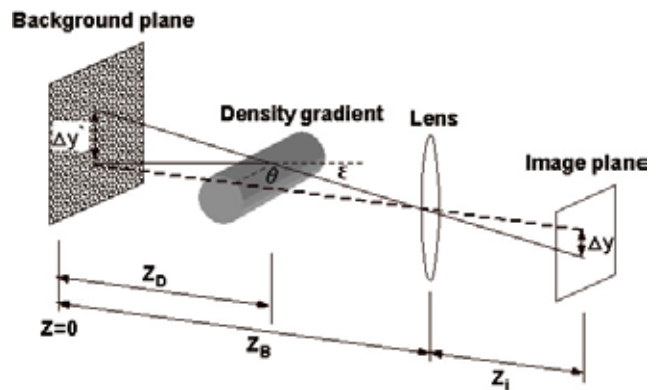


Fig.3 Schematic of BOS method.

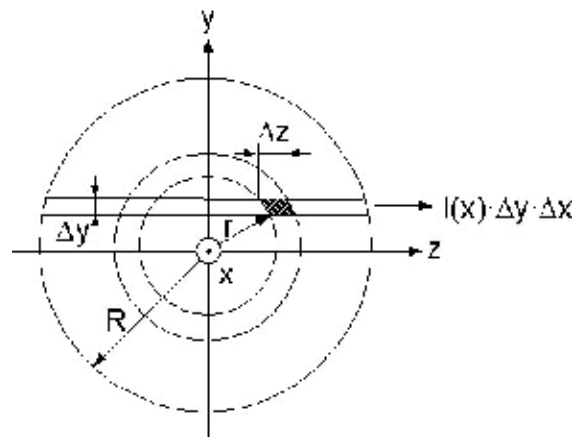


Fig.4 principle of Abel inversion.

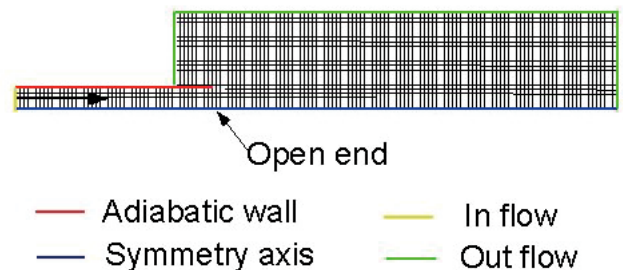


Fig.5 Computational grid.

Table 1 Experimental conditions.

Driver gas	Driven gas	P_4/P_1	Shock Mach number
Air	Air	1.80	1.13
Air	Air	2.20	1.25
Air	Air	3.20	1.36

Table 2 Recording condition of shadowgraph.

Resolution	Frame rate	Exposure time	Focal length
384 x 384 pixel	15001 fps	2 μ s	70 mm

Table 3 Recording condition of BOS.

Resolution	Frame rate	Exposure time	Focal length
512 x 384 pixel	10000 fps	2 μ s	200 mm

3. 実験結果及び考察

3.1 渦輪の可視化計測

相互相関法によって得られた衝撃波 Mach 数 1.13 の BOS 法の画像を Fig.6 に示した。それぞれの分布は背景画像の移動量を絶対値で表している。(a)はサブピクセル解析がない場合、(b)はサブピクセル解析がある場合を示した。(a)では衝撃波管管端から発生する衝撃波は可視化できておらず、渦輪のみとなっている。渦輪も渦核周りでは屈折率の変化が検出されておらず、不鮮明な可視化結果となった。(b)では伝播する衝撃波も可視化されており、渦輪でも構成が確認できるほど鮮明な可視化結果を得た。これは、サブピクセル解析によって 1/10 ピクセルの移動量の補完がされ、(a)では検出されなかった移動量が表れたためである。

Fig.7 は衝撃波 Mach 数 1.13 における可視化結果を示す。上側は背景画像の移動量を示した BOS 法による結果で、下側が shadowgraph 法の結果を示す。それぞれの撮影時間は圧力変換器 PT3 を基準として表している。(a)では衝撃波と渦輪の可視化が観測できるが、渦輪は生成段階であるため、その渦構造を確認することができない。(b)の BOS 法では衝撃波と渦輪が観測できるものの、shadowgraph 法では測定範囲外に衝撃波が伝播したために、渦輪のみの可視化となっている。(c)では BOS 法と shadowgraph 法において渦輪のみの可視化となっており、渦輪が生成され伝播過程に遷移している。

Fig.8 は衝撃波 Mach 数 1.25 における可視化結果を示した。(a)では同様に、衝撃波と生成段階の渦輪の可視化となっている。(b)や(c)では Fig.7 と同様に渦輪の可視化であるが、衝撃波 Mach 数が高いため、背景画像の移動量が大きくなっている。

Fig.9 は衝撃波 Mach 数 1.36 における可視化結果を示した。(b)と(c)では渦核において衝撃波が発生する渦輪内衝撃波が観測された。これは、衝撃波 Mach 数 1.35 において、渦輪を生成する噴流が渦輪内を通過する時に、流路がくびれるため、ラバルノズルのように加速され、超音速に到達する。そのため、渦核付近において衝撃波が形成されたものである⁶⁾。

Fig.7 (b),(c)や Fig.8 (b),(c)において渦核で背景画像の移動量

が検出されない部分は屈折率の変化が渦核に向かう。そのため、背景画像も渦核に向かって変位するために、その部分では画像が潰れてしまい、相互相関法によって移動量が検出されなかったと考える。しかしながら、Fig.9 (b),(c)は渦輪内衝撃波が発生するために、渦核において一様な屈折率の変化が生じ、移動量の検出ができたと考える。

3.2 Abel 変換による解析

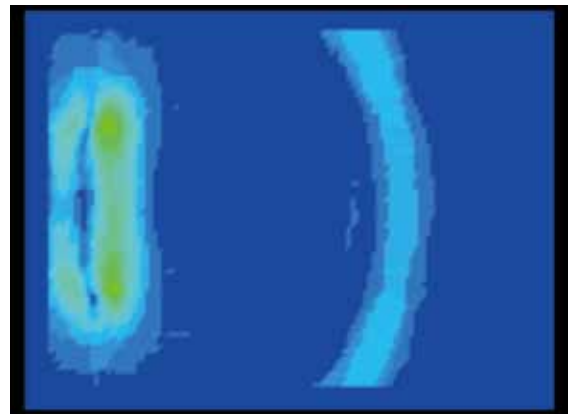
Abel 変換を用いるために、基準となる座標を Fig.10 に示した。Fig.10 は原点を衝撃波管管端として、そこより x 軸と y 軸を定義した。原点は画像左端より 40 ピクセル、画像下端より 190 ピクセルとなる。

Fig.11 には x 軸に 240 ピクセル、y 軸に 64 ピクセルにおける、数値計算と BOS 法より Abel 変換を用いて得た密度を示した。横軸には圧力変換器 PT3 を基準にした時間を示し、縦軸には密度を示した。BOS によって得られた密度は渦輪による作用のみを考慮した値となっている。

式 (8)の基準屈折率 N_0 には 1.23 kg/m^3 の時の値を用いた。Fig.10 における、1500 μ s 付近の数値計算と BOS 法の相対誤差は 2.20 % となった。これは、Abel 変換の計算において、衝撃波の作用を考慮せずに、基準屈折率を時間変化に対して一定の 1.23 kg/m^3 を用いたためである。そのため、数値計算で得られた密度に比べ低くなったと考える。

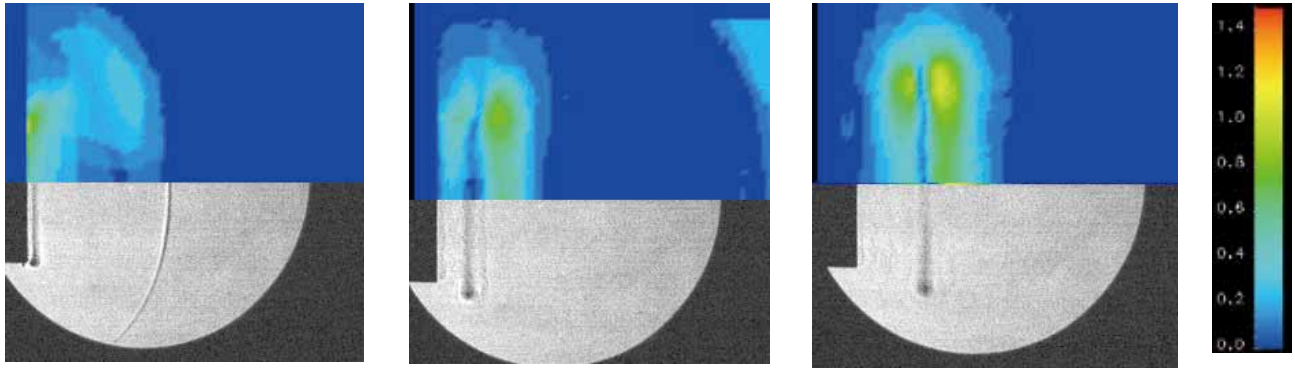


(a) Without sub-pixel analysis.

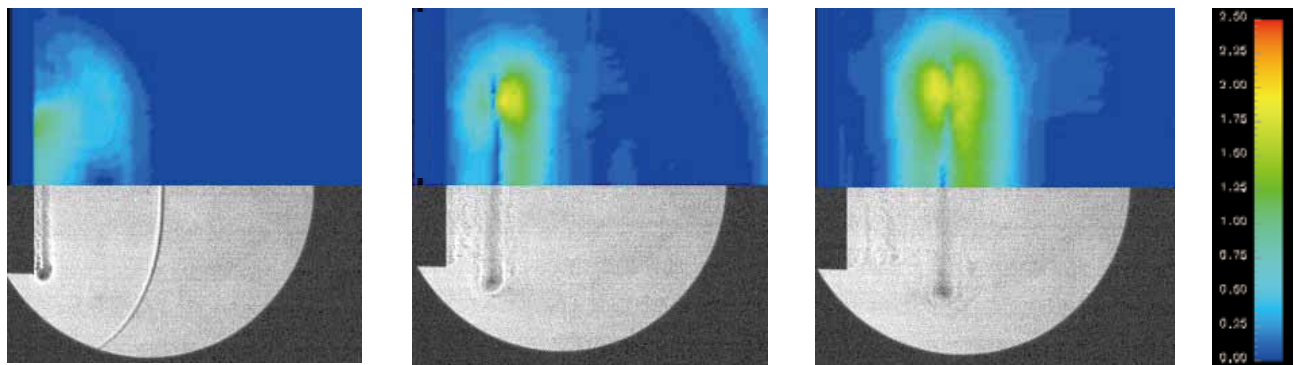


(b) With sub-pixel analysis.

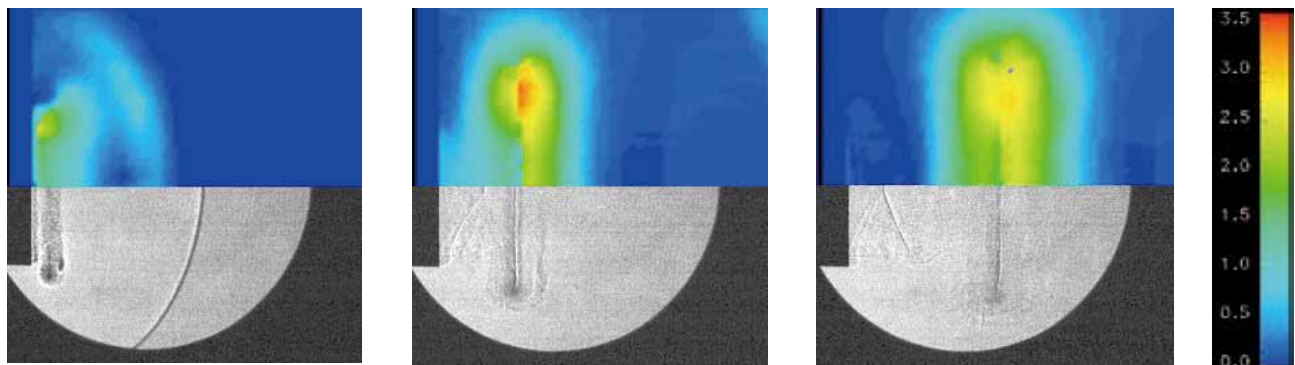
Fig.6 BOS results of shock Mach number 1.13.



(a) $t = 700 \mu\text{s}$ (b) $t = 900 \mu\text{s}$ (c) $t = 1100 \mu\text{s}$
 Fig.7 Visualization results of BOS method (upper) and shadowgraph method (lower) in shock Mach number 1.13.



(a) $t = 640 \mu\text{s}$ (b) $t = 840 \mu\text{s}$ (c) $t = 1040 \mu\text{s}$
 Fig.8 Visualization results of BOS method (upper) and shadowgraph method (lower) in shock Mach number 1.25.



(a) $t = 610 \mu\text{s}$ (b) $t = 810 \mu\text{s}$ (c) $t = 1010 \mu\text{s}$
 Fig.9 Visualization results of BOS method (upper) and shadowgraph method (lower) in shock Mach number 1.36.

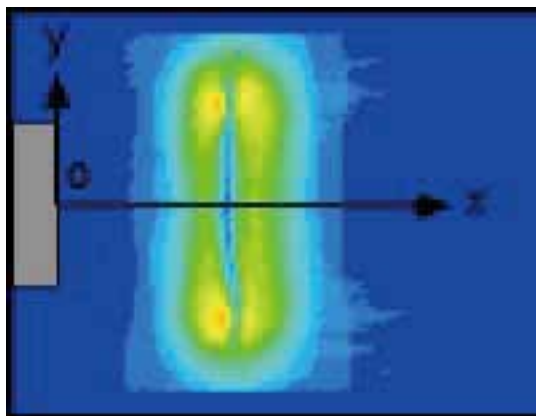


Fig.10 Coordinate of Abel inversion.

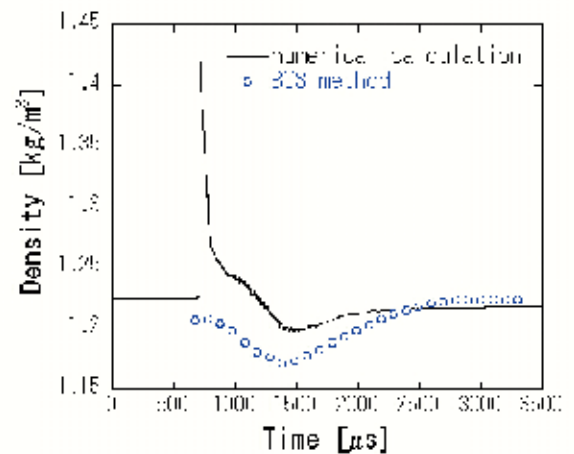


Fig.11 Density variation at $x = 240$ pixel and $y = 64$ pixel.

4. 結言

本研究では、圧縮性流れにおける渦輪の伝播・崩壊過程の解明に向けた初期的研究として、無隔膜衝撃波管管端から伝播する衝撃波 Mach 数 1.13, 1.25, 1.36 の渦輪において、BOS 法の可視化計測を高速ビデオカメラによって行った。これらの可視化結果より shadowgraph 法による可視化結果との検証を行い、渦輪生成の初期段階における形成・伝播様態について明らかにした。本実験の結論を以下に示す。

- 高速ビデオカメラを用い、衝撃波 Mach 数 1.13, 1.25, 1.36 における渦輪と衝撃波を BOS 法によって可視化することができた。
- 衝撃波 Mach 数 1.13, 1.25 では屈折率の変化により画像が潰れてしまい、渦核周りの変位が画像解析によって検出されなかった。
- 衝撃波 Mach 数 1.36 では渦輪内の流れが超音速に加速され、渦輪内衝撃波が発生したために、渦核周りの変位が検出された。
- 衝撃波 Mach 数 1.13 において、数値計算と実験より得た密度分布は相対誤差 2.20 %があるものの、良い一致が得られた。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、無隔膜衝撃波管は東北大学流体科学研究所の高山和喜教授の御厚意により当研究室での利用が実現した。ここに感謝の意を示します。また、無隔膜衝撃波管の移設、組み立て、試験運転に際しては東北大学流体科学研究所技術補佐員の早坂庄吉氏の献身的なご協力を頂きました。ここに感謝の意を表します。さらに、数値解析において有益なご助言と御討論を賜りました伊藤忠テクノソリューションズ株式会社の阿部淳博士に深く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) H. Richard and M. Raffel, Principle and applications of the background oriented schlieren (bos) method, *Measurement Science and Technology*, Vol. 12(2001), pp.1576- 1585.
- (2) Venkatakrishnan L., Suriyanarayanan P., Density field of supersonic separated flow past an afterbody nozzle using tomographic reconstruction of BOS data, *Experiments in Fluids*, 47 (2009), pp. 463-473.
- (3) O.K.Sommersel and D.Bjerketvedt, S.O.Christensen, O.Krest, K.Vaagsaether, Application of background oriented schlieren for quantitative measurements of shock waves from explosions, *Shock Waves*, Vol. 18(2008), pp. 291-297.
- (4) 可視化情報学会. PIV ハンドブック. 森北出版, 7 2002
- (5) Yaoita, A, Numerical Methods for the Abel Inversion, *The Circulars of the Electrotechnical Laboratory*, 172 (1971), pp.1-32.
- (6) Brouillette, M., & Hébert, C.. Propagation and interaction of shock-generated vortices. *Fluid Dynamics Research*, 21(3) (1997), 159-169.