

初期不整を有するクロスプライ積層板の二軸圧縮座屈後の挙動解析

根本圭一*1・辻本真之*2・粕谷平和*3

Analysis of Postbuckling Behavior of Cross-Ply Laminated Plates

with Initial Imperfection under Biaxial Compressive Loads

by

Keiichi NEMOTO, Masayuki TSUJIMOTO and Hirakazu KASUYA

(Received on Sep. 27, 2006, accepted on Nov. 22, 2006)

Abstract

Advanced fiber-reinforced laminated plates have been used as structural components in various fields because of their high specific strength and stiffness. In this work, the postbuckling behavior of cross-ply laminated plates with initial imperfection, which are simply supported along four edges, under biaxial compression are examined by Galerkin's methods, as an example. The inevitability of postbuckling behavior is proved analytically, and the effects of various factors, such as initial imperfection, number of layers, biaxial compressive load ratio, and postbuckling deflection pattern are clarified.

Keywords: Structural analysis, Composite materials, CFRP, Post-buckling behavior, Cross-ply laminated plates, Biaxial compression, Lamination constitution, Initial imperfection

1. 緒言

航空機およびロケットなどにおいては、構造の軽量化が極限まで要求されており、アルミ合金やチタン合金に比べ、比強度、比剛性の高い先進複合材料と呼ばれる CFRP（炭素繊維強化プラスチック）などからなる積層複合方式が一次構造材へ採用され、世界的に注目を浴びている。このような異方性材料よりなる積層複合材料構造では、圧縮荷重が作用する場合に弾性座屈現象が起りやすくなり、座屈荷重が構造設計の基準となることが多い。特に、積層板は座屈後も荷重低下がなく^{1)~5)}、耐荷能力があるため座屈後も使用可能であり、その状態での変形ならびに安定問題は学問的に興味深いのみでなく、実用上の見地からも重要である。そこで、著者の一人は前報⁶⁾において、二軸圧縮を受けるクロスプライ積層板の座屈後の挙動を理論的に明らかにした。

本論文では、周辺単純支持され、初期たわみを考慮した場合について、二軸圧縮荷重を受けるクロスプライ積層板を例に取り、座屈後の挙動に与える諸因子の影響、例えば初期たわみ、積層数、二軸圧縮荷重比などの影響を解析的手法によって明らか

かにする。

2. 積層板の座屈解析法

2.1 基礎となる関係式

Fig.1 に示すような板幅 a , b , 板厚 h の積層板の一隅を座標原点とし、 x , y , z 軸方向の変位をそれぞれ u , v , w とする。 w_0 を初期たわみと仮定すると、面内ひずみと曲率成分は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial x}, & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

面内ひずみ成分と平面応力成分 σ_x , σ_y , τ_{xy} との関係は、弾性域内に限定すると次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_y \frac{\sigma_y}{E_y}, & \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_x \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

* 1 : 横浜ゴム株式会社 航空部品技術部

* 2 : 工学研究科機械工学専攻修士課程

* 3 : 工学部動力機械工学科教授

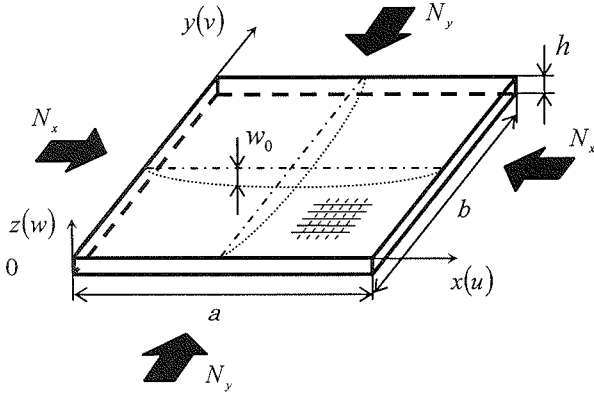


Fig.1 Configuration and coordinates of cross-ply laminated plate with an initial imperfection under biaxial compressive loads.

ここで、 E_x, E_y はヤング率、 G_{xy} はせん断剛性率、 ν_x, ν_y はポアソン比である。そして、単位幅当たりの面内力 N_x, N_y, N_{xy} は次式で表される。

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} dz \quad (4)$$

また、対称クロスプライ積層板の合応力成分 N_x, N_y, N_{xy} 、合モーメント成分 M_x, M_y, M_{xy} と面内ひずみ成分、曲率成分との関係は、弾性域内に限定すると次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 A_{ij} は伸張剛性マトリックス、 D_{ij} は曲げ剛性マトリックスであり、それぞれ一方向強化材の繊維方向、繊維に直角方向の弾性係数 E_L, E_T 、ポアソン比 ν_L, ν_T およびせん断剛性率 G_{LT} が与えられると求められる⁷⁾。

2.2 平衡方程式と適合方程式

初期たわみを考慮した積層板の面内および面外平衡方程式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x^2} \\ + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、面内平衡方程式(7)を満足するように、次式のように定義する。

$$N_x = h \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad N_y = h \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -h \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

上式の応力関数 F を用いると板厚方向の平衡方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ = h \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial y^2} \right. \\ \left. - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x \partial y} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

一方、適合方程式は式(1)から u, v を消去すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\ = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\ - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。 x 軸方向の板の中央面での平均軸縮み ε_{mx} は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mx} &= -\frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx \\ &= -\frac{1}{a} \int_0^a \left\{ \varepsilon_x - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right\} dx \end{aligned} \quad (12)$$

で与えられ、これから x 軸方向の平均軸圧縮応力 $\sigma_x (= N_x/t)$ との関係が求められる。

結局、座屈後の挙動解析は、板厚方向の平衡方程式と適合方程式において、応力関数 F とたわみ w の連立偏微分方程式を与えられた境界条件下で解けばよいことになる。しかし、実際には非線形問題であり、厳密解を得ることは非常に困難であるため、以下近似的に解くことにする。

2.3 座屈後の挙動解析

面内ひずみ成分と平面合応力成分との関係は式(5)より以下のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ H_{12} & H_{22} & 0 \\ 0 & 0 & H_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} H_{11} &= A_{22} A_{66} / H, \quad H_{12} = -A_{12} A_{66} / H \\ H_{22} &= A_{11} A_{66} / H, \quad H_{66} = (A_{11} A_{22} - A_{12}^2) / H \\ H &= A_{11} A_{22} A_{66} - A_{12}^2 A_{66} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

周辺単純支持の場合、一次座屈後の板厚方向の面外境界条件および面内境界条件は次のように考える。

板厚方向の面外境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \text{ で } w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \\ y=0, b \text{ で } w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

面内境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \text{ で } u \text{ は } y \text{ 軸に沿って一定で} \\ \int_0^b N_x dy = -N_x b, \quad N_{xy} = 0 \\ y=0, b \text{ で } v \text{ は } x \text{ 軸に沿って一定で} \\ \int_0^a N_y dx = -N_y a, \quad N_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

である場合を考え、面外境界条件を満足するような一次座屈後のたわみ波形 w 、初期たわみ w_0 を次式のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} w = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \\ w_0 = c_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + c_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、 c_{11} 、 c_{21} は初期たわみの大きさを表しており、板厚に対しての割合である。上式を適合方程式へ代入し、応力関数を求めると次式のようになる。

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{2h\lambda^2} (w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11}) \\ & \left\{ \frac{\lambda^4}{16H_{22}} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + \frac{1}{16H_{11}} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \right\} \\ & + \frac{2}{h\lambda^2} (w_{21}^2 + 2w_{21}c_{21}) \\ & \left\{ \frac{\lambda^4}{256H_{22}} \cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right) + \frac{1}{16H_{11}} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \right\} \\ & - \frac{1}{4h\lambda^2} (w_{11}w_{21} + w_{11}c_{21} + w_{21}c_{11}) \\ & \left[\frac{\lambda^4}{H_{22}} \left\{ \frac{1}{9} \cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{\lambda^4 \cos(3\pi x/a) \cos(2\pi y/b)}{81H_{22} + 36(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \right. \\ & \left. \frac{\lambda^4 9 \cos(\pi x/a) \cos(2\pi y/b)}{H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} \right] - \frac{\sigma_x y^2}{2} - \frac{\sigma_y x^2}{2} \quad (18) \end{aligned}$$

ここで、 $\lambda (= a/b)$ は板のアスペクト比である。さらに、上式を板厚方向の平衡方程式(10)へ代入し、Galerkin法を適用すると、応力とたわみに関する3次方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{w_{11}}{a^2 \lambda} \right) \left\{ D_{11} + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2 + D_{22}\lambda^4 \right\} \\ & + \frac{\pi^4}{64} \left(\frac{1}{ab} \right) \\ & \left[\frac{1}{H_{11}\lambda^2} (w_{11} + c_{11}) \left\{ (w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11}) + 4(w_{21}^2 + 2w_{21}c_{21}) \right\} \right. \\ & + \frac{1}{H_{22}} \lambda^2 (w_{11} + c_{11}) (w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11}) \\ & \times \left. + \lambda^2 (w_{21} + c_{21}) (w_{11}w_{21} + w_{11}c_{21} + w_{21}c_{11}) \right. \\ & \times \left. \left[\frac{81}{H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \frac{1}{81H_{22} + 36(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \frac{4}{H_{22}} \right] \right. \\ & \times \left. \left[\left(\frac{8}{3} \right) w_{11} (w_{11} + c_{11}) \frac{1}{H_{22} + (2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + H_{11}\lambda^4} \right. \right. \\ & + \left. \left(\frac{128}{5} \right) w_{21} (w_{21} + c_{21}) \frac{1}{16H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + H_{11}\lambda^4} \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{H_{22}} \left\{ \left(\frac{1}{6} \right) (w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11}) + \left(\frac{1}{30} \right) (w_{21}^2 + 2w_{21}c_{21}) \right\} \right] \right. \\ & \left. - \sigma_x h \frac{\pi^2}{4\lambda} (w_{11} + c_{11}) (1 + \lambda^2 k_y) = 0 \quad (19) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^4}{4} \left(\frac{w_{21}}{a^2 \lambda} \right) \left\{ 6D_{11} + 8(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2 + D_{22}\lambda^4 \right\} \\ & + \frac{\pi^4}{64} \left(\frac{\lambda}{b^2} \right) \\ & \left[\frac{4}{H_{11}\lambda^4} (w_{21} + c_{21}) \left\{ (w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11}) + 4(w_{21}^2 + 2w_{21}c_{21}) \right\} \right. \\ & + \frac{1}{H_{22}} (w_{21} + c_{21}) (w_{21}^2 + 2w_{21}c_{21}) \\ & \times \left. + (w_{11} + c_{11}) (w_{11}w_{21} + w_{11}c_{21} + w_{21}c_{11}) \right. \\ & \times \left. \left[\frac{81}{H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \frac{1}{81H_{22} + 36(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \frac{4}{H_{22}} \right] \right. \\ & \times \left. \left[\left(\frac{128}{5} \right) w_{21} (w_{11} + c_{11}) \frac{1}{16H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + H_{11}\lambda^4} \right. \right. \\ & + \left. \left(\frac{32}{5} \right) w_{11} (w_{21} + c_{21}) \frac{1}{H_{22} + (2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + H_{11}\lambda^4} \right. \\ & \left. \left. + (w_{11}w_{21} + w_{11}c_{21} + w_{21}c_{11}) \right] \right. \\ & \times \left. \left[\frac{2}{H_{22} + 4(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{1}{5} \right) \frac{6}{81H_{22} + 36(2H_{12} + H_{66})\lambda^2 + 16H_{11}\lambda^4} + \frac{16}{15H_{22}} \right] \right. \\ & \left. - \sigma_x h \frac{\pi^2}{\lambda} (w_{21} + c_{21}) \left(1 + \frac{\lambda^2 k_y}{4} \right) = 0 \quad (20) \right. \end{aligned}$$

ここで、 $k_y (= \sigma_y / \sigma_x)$ は二軸圧縮荷重比である。

式(19)および式(20)に Newton-Raphson 法を適用し, w_{11} , w_{21} を求める. また, 平均軸圧縮応力と平均軸縮みとの関係は, 式(12)より次式を得る.

$$\varepsilon_{mx} = (H_{11} + H_{12}k_y)\sigma_x h + \frac{\pi^2}{8a^2}(w_{11}^2 + 2w_{11}c_{11} + 4w_{21}^2 + 8w_{21}c_{21}) \quad (21)$$

3. 数値計算例と解析結果の検討

数値計算に用いた炭素繊維強化プラスチック(CFRP)材の弾性定数は平均化近似解析法⁸⁾によって求められた値であり, 構成素材の特性が与えられれば代数式で得られ, 実験でも確認された値は次の値である.

$$\left. \begin{aligned} E_L &= 137 \text{ (GPa)}, & E_T &= 8.18 \text{ (GPa)}, & G_{LT} &= 4.75 \text{ (GPa)} \\ \nu_L &= 0.316, & \nu_T &= 0.0189 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

本計算例では, 初期たわみを考慮した場合について検討する. 無次元平均軸圧縮応力 $K (=N_x b^2/E_T h^3)$ と平均軸縮みとの関係を Fig.2~4 に示す. ここで, 初期たわみ $c_{11}=0.10$ は, x, y 軸方

向にそれぞれ1半波で, その大きさは板厚の10%を示す. なお, 本論文では一例として正方形板のみを扱っている. そのため, たわみ波形 w_{11} を支配的に取り扱うが, 条件により波形 w_{21} が現われる場合が存在する. よって, それぞれの値に支配された初期たわみ c_{11} および c_{21} を組み合わせて提示する.

Fig.2 は $k_y=0.0$ の場合, すなわち x 軸方向のみ負荷した一軸圧縮の場合である. 次に, 二軸圧縮荷重比 $k_y=0.5, 1.0$ の場合につ

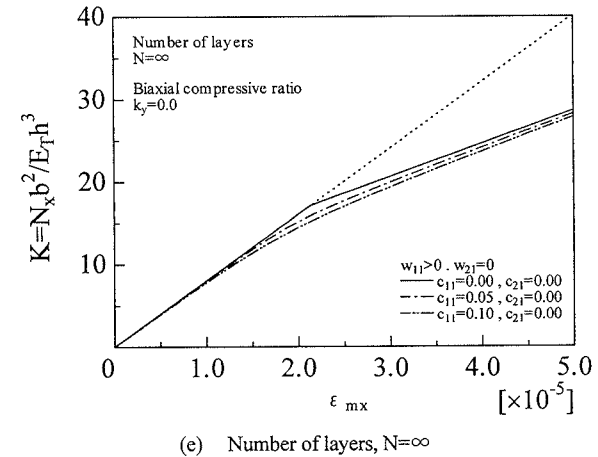
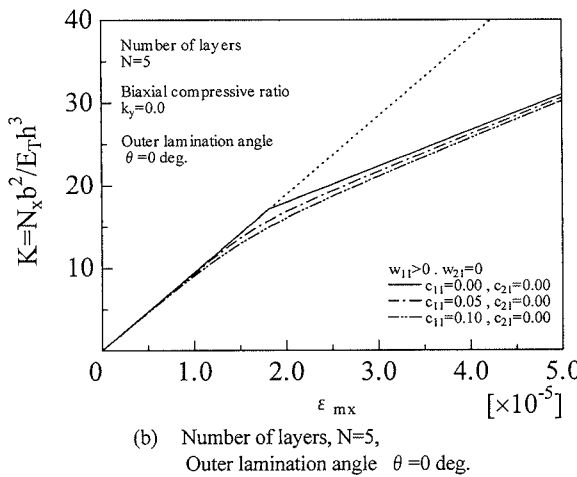
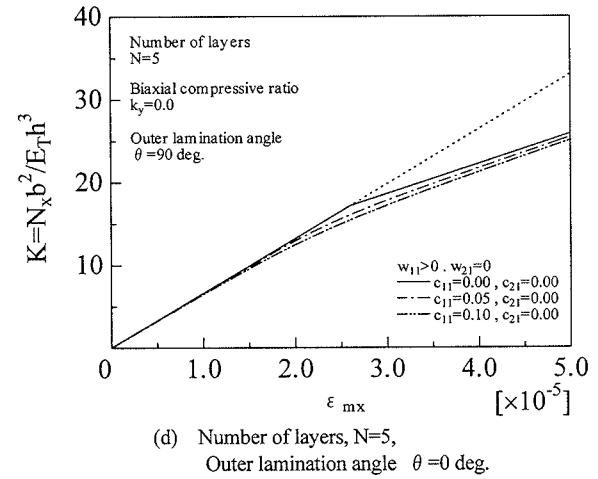
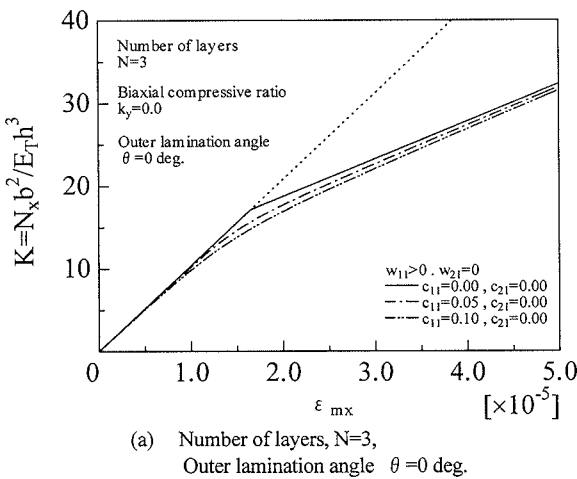
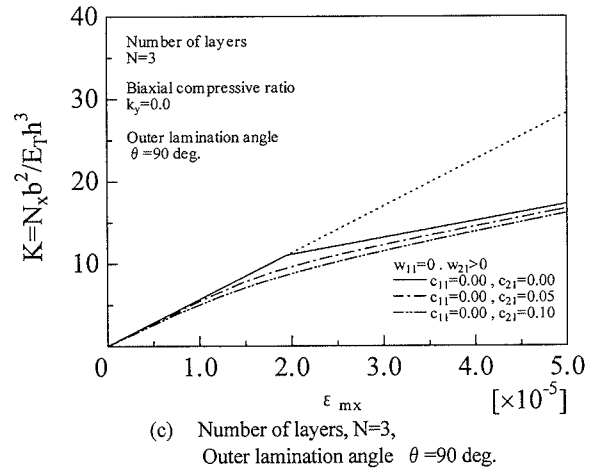
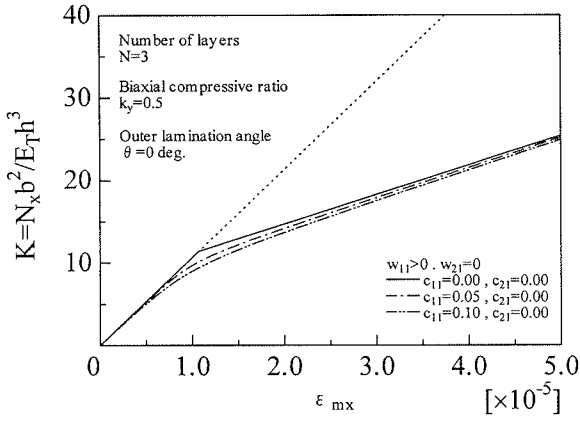
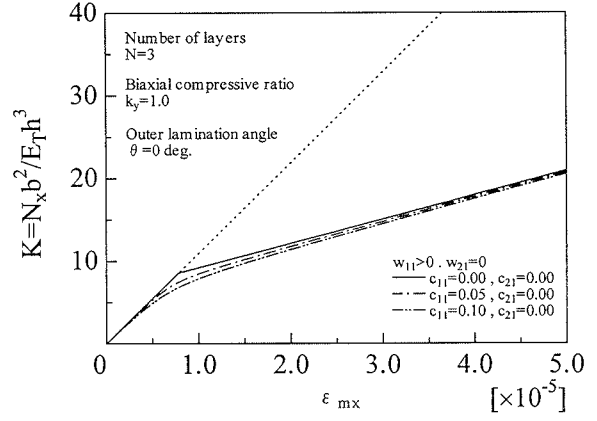


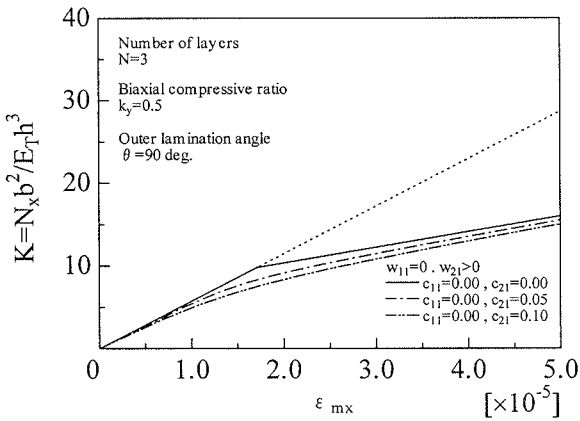
Fig.2 The relation between average axial compressive stress and average axial shortening with initial imperfection ($k_y=0.0$).



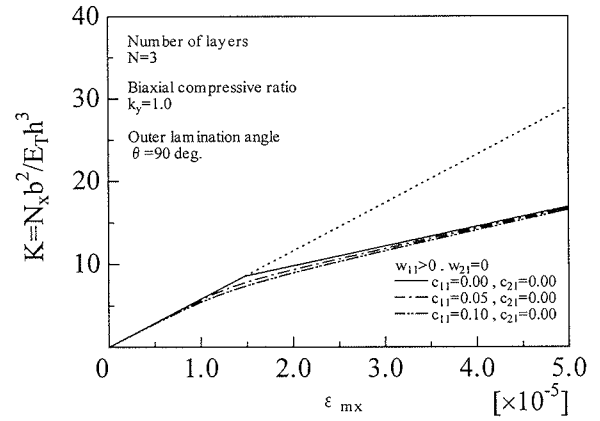
(a) Number of layers, $N=3$,
Outer lamination angle $\theta = 0$ deg.



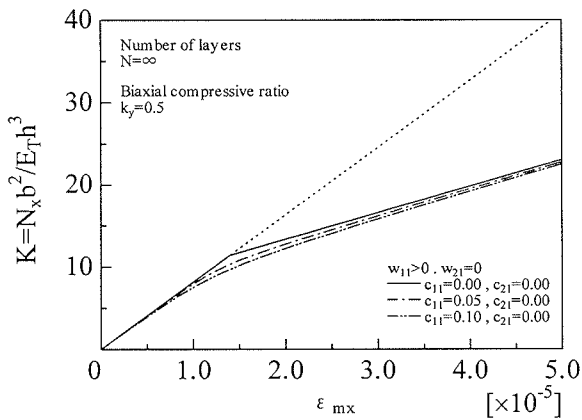
(a) Number of layers, $N=3$,
Outer lamination angle $\theta = 0$ deg.



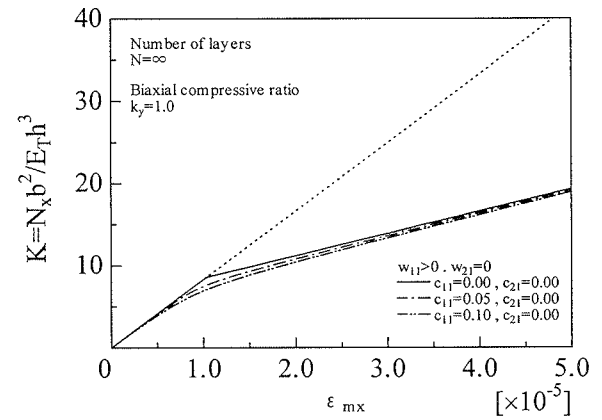
(b) Number of layers, $N=3$,
Outer lamination angle $\theta = 90$ deg.



(b) Number of layers, $N=3$,
Outer lamination angle $\theta = 90$ deg.



(c) Number of layers, $N=\infty$



(c) Number of layers, $N=\infty$

Fig.3 The relation between average axial compressive stress and average axial shortening with initial imperfection ($k_y=0.5$).

Fig.4 The relation between average axial compressive stress and average axial shortening with initial imperfection ($k_y=1.0$).

いて、Fig.3, 4にそれぞれ示す。なお、Fig.2において積層構成の影響を見るために、最外層積層角 $\theta=0, 90 \text{ deg.}$ について、積層数 $N=3, 5, \infty$ の場合を(a)~(e)にそれぞれ示す。

ここで、各図中において、実線は初期たわみがない場合、一点鎖線は初期たわみが0.05、二点鎖線は初期たわみが0.10の挙動をそれぞれ示す。

初期不整の影響については、各図に示すように、初期たわみが大きくなると座屈荷重の低下ならびに座屈後の挙動においても剛性が低下していることがわかるが、積層板の耐荷能力としてはまだ十分にある^{1), 4)}。本論文においては、初期たわみが0.05, 0.10の場合について行ったが、一般的な初期たわみ量の検討としては十分な値である。なお、初期不整がない完全な積層板の座屈後の挙動解析結果⁶⁾と比較すると若干低い座屈後の挙動を呈していることがわかる。

積層構成ならびに積層数の影響については、最外層積層角 θ が 0 deg. の場合では積層数の増加共に座屈値が低下し、一方、最外層積層角 θ が 90 deg. の場合では積層数の増加共に座屈値が高くなり、板厚方向に均質な直交異方性となった場合、両値の座屈後の挙動が一致する。よって、一次座屈が発生する値ならびに x 軸方向の半波数によって座屈後の耐荷能力が異なるため注意する必要がある。

二軸圧縮荷重比 k_y の影響については、正方形板の場合においては、二軸圧縮荷重比の増加に伴い、座屈値は低下する。本論文では、 $k_y=0.0, 0.5, 1.0$ の場合について行ったが、これ以上二軸荷重比 k_y を増加させてもさらに座屈値が低下する⁹⁾ことが判っているので、紙面の都合上割愛した。

4. 結 言

本論文は、二軸圧縮荷重のもとで解かれた積層板の座屈後の

挙動を初期たわみを考慮した場合に拡張したものである。本解析では、周辺単純支持の対称クロスプライ積層板の一次座屈後の挙動を Galerkin 法により明らかにし、一次座屈後の積層板の耐荷能力に関し、有益な資料となった。

今後の研究課題としては、本報告では正方形板について解析したので辺長比の影響を明らかにするため、矩形板の解析手法を確立すると共に一次座屈後に不安定となる二次座屈現象の解明ならびに二次座屈荷重に対する最適設計を行う必要がある。

参考文献

- 1) 小林繁夫, 住原清秀, 紀平正知: CFRP 積層板の圧縮座屈強度(第1報), 日本航空宇宙学会誌, Vol.28, No.317 (1980), 293.
- 2) 粕谷平和, 美濃部充好: 軸圧縮を受ける繊維強化積層板の二次座屈現象に関する理論的考察, 東海大学紀要工学部, Vol.31, No.1 (1991), 133.
- 3) 粕谷平和, 美濃部充好, 根本圭一: 圧縮荷重を受ける複合材料積層板の座屈強度, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.58, No.553 (1992), 1544.
- 4) 粕谷平和, 美濃部充好: 初期不整を有する複合材料積層板の圧縮座屈強度, 材料, Vol.42, No.478 (1993), 804.
- 5) H.Kasuya and S.Tsunoi: Buckling Strength of Cross-Ply Laminated Plates under Biaxial Compression, Materials Science Research International, Vol.2, No.2 (1996), 99.
- 6) 粕谷平和: 二軸圧縮を受けるクロスプライ積層板の座屈後の挙動, 東海大学紀要工学部, Vol.29, No.2 (1989), 107.
- 7) R.M.Jones: "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill (1975).
- 8) 植村益次, 山田直樹: 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料, Vol.24, No.257 (1975), 156.